Niveau(x) d'enseignement: 4 Numéro EDUQ : 8870272
Centre d'intérêt: 841

Joly, Richard.

La bande dessinée : un instrument d'apprentissage de la mathématique dans un enseignement par fiche au secondaire / par Richard Joly. -- [Trois-Rivières?] : R. Joly, 1984.
ix, 335 f. : ill. ; 28 cm.

Résumé: f. i. "Rapport de recherche présenté à l'Université du Québec à Trois-Rivières. Programme de maîtrise en éducation". Bibliogr.: f. [117]-119.

Vedette(s)-secondaire(s): Université du Québec à Trois-Rivières

Descripteur(s): Mathématiques * Méthode d'enseignement * Bande dessinée * Evaluation d'une méthode * Secondaire (Ordre d'enseignement)

Identificateur(s) de sujet: Enseignement par fiches

La recherche étudie l'effet de la bande dessinée sur l'apprentissage de notions mathématiques. Les élèves qui ont participé à la recherche sont en troisième année du secondaire; ils sont inscrits en rythmes (d'apprentissage) 2 ou 3 en mathématique et travaillent avec une fiche traditionnelle (groupe contrôle) ou une fiche comportant une bande dessinée (groupe expérimental). Les résultats aux tests montrent que les classes travaillant avec la bande dessinée obtiennent de meilleures moyennes. Mais il existe une variation au niveau de la clientèle en fonction du rythme. En rythme 2, les élèves qui travaillent avec la bande dessinée réussissent mieux les questions portant sur l'information verbale, le concept concret et le concept défini. En rythme 3, les élèves travaillant avec une bande dessinée réussissent mieux au niveau du concept concret, du concept défini, des principes et de la résolution de problèmes. Mais, pour le rythme 3, aucun des résultats n'est statistiquement significatif.

Type de document: r
Notice(s) connexe(s): 8770886

EDUQ 8870272

Université du Québec à Trois-Rivières

Fiche-résumé de travail de recherche de 2e cycle

☐ Mémoire
☒ Rapport de recherche
☐ Rapport de stage

Nom du candidat: Richard JOLY

Diplôme postulé: Maîtrise en éducation

Nom du directeur de recherche: Dany Laveault

Nom du co-directeur de recherche (s'il y a lieu):

Titre du travail de recherche: LA BANDE DESSINEE: UN INSTRUMENT D'APPRENTISSAGE DE LA MATHEMATIQUE DANS UN ENSEIGNEMENT PAR FICHES AU SECONDAIRE

Université du Québec Bibliothèque Trois-Rivières

EDUQ 8870272

ves favorisés par la bande dessinée. Enfin, le test LAM-3-ON (Lamontagne et Lamy, 1982) fournit des renseignements sur les caractéristiques du profil d'apprentissage de chaque sujet participant à l'expérimentation.

Les résultats montrent que les classes utilisant la bande dessinée obtiennent de meilleures moyennes. Par contre, il existe une variation au niveau de la clientèle favorisée en fonction du rythme. En rythme 2, les élèves qui travaillent avec la bande dessinée réussissent mieux les questions portant sur l'information verbale, le concept concret et le concept défini. L'influence de la bande dessinée n'est significative que pour les capacités de fait et de concept défini. Les meilleurs gains, à ce rythme, vont aux élèves à la fois auditifs et travailleurs familiaux relationnels. En rythme 3, les élèves ayant accès à la bande dessinée ont une meilleure réussite au niveau du concept concret, du concept défini, des principes et de la résolution de problèmes. Toutefois, pour le rythme 3, aucun de ces résultats n'est statistiquement significatif. Il n'en reste pas moins vrai que l'élève visuel et travailleur groupal réactionnel s'illustre davantage à ce rythme.

Richard Joly

Signature du candidat

Date: 5 juillet 1984

Danny Cavrault

Signature du directeur de recherche

Date: 6-8-84

Signature du co-auteur (s'il y a lieu)

Date:

Signature du co-directeur (s'il y a lieu)

Date:

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

LA BANDE DESSINÉE: UN INSTRUMENT D'APPRENTISSAGE DE LA MATHÉMATIQUE DANS UN ENSEIGNEMENT PAR FICHE AU SECONDAIRE

par

RICHARD JOLY

Programme de maîtrise en éducation

Rapport de recherche

présenté à

L'Université du Québec à Trois-Rivières

novembre 1984

RÉSUMÉ

Cette recherche étudie l'effet de la bande dessinée sur l'apprentissage de notions mathématiques. Les élèves sont des sujets de secondaire III, inscrits en rythmes 2 ou 3 en mathématique et travaillant avec une fiche traditionnelle (groupe contrôle) ou une fiche comportant une bande dessinée (groupe expérimental). Un post-test, préparé pour chaque rythme d'apprentissage, permet d'identifier les capacités du modèle de Gagné et les caractéristiques du profil d'apprentissage (selon Lamontagne) des élèves favorisés par la bande dessinée. Les résultats montrent que les classes travaillant avec la bande dessinée obtiennent de meilleures moyennes. Par contre, il existe une variation au niveau de la clientèle favorisée en fonction du rythme. En rythme 2, les élèves qui travaillent avec la bande dessinée réussissent mieux les questions portant sur l'information verbale, le concept concret et le concept défini. L'influence de la bande dessinée n'est significative que pour les capacités de fait et de concept défini. Ce sont les élèves à la fois auditifs et travailleurs familiaux réactionnels qui obtiennent les meilleurs gains à ce rythme. En rythme 3, les élèves ayant accès à la bande dessinée ont une meilleure réussite au niveau du concept concret, du concept défini, des principes et de la résolution de problèmes. Toutefois, pour le rythme 3, aucun de ces résultats n'est statistiquement significatif. Il n'en reste pas moins que l'élève visuel et travailleur groupal réactionnel s'illustre davantage à ce rythme.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier notre tuteur, M. Dany Laveault, non seulement pour son appui et ses encouragements constants, mais aussi pour ses suggestions et son implication effective au niveau du traitement informatisé de nos données expérimentales. Sans son aide précieuse, notre analyse aurait été moins rigoureuse et moins scientifique. Nous voulons également remercier Mlle Nicole Gervais. Lors de nos projets spéciaux, elle guida patiemment notre cheminement tout en nous sensibilisant à la nécessité de mieux structurer notre démarche. De plus, nous désirons mentionner l'implication de M. Monfort Joseph au plan du français écrit. Son esprit analytique et son souci de précision nous ont amené à reformuler des phrases ou à employer des mots à la fois plus significatifs et plus judicieux. Notre travail s'en trouva grandement amélioré. Nous devons aussi souligner la contribution de MM. Gérald Archer, Raymond Côté, Claude Lamontagne et Richard Langlois. La participation, l'appui et les conseils de ces personnes rendirent possible la réalisation de ce travail. Enfin, nous remercions Bureautique M.T.R. et leurs employées pour la présentation de ce projet de recherche selon les normes et pour la qualité de l'encadrement professionnel.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ i

REMERCIEMENTS ii

TABLE DES MATIÈRES iii

LISTE DES TABLEAUX vii

CHAPITRE I - INTRODUCTION 1

1.1 Prépondérance de l'image - actualité de la bande dessinée 1

1.2 La bande dessinée dans l'enseignement 2

1.3 Une expérience: l'enseignement à l'aide de fiches 3

1.4 La bande dessinée dans la fiche d'apprentissage 4

1.5 L'état des connaissances actuelles sur la bande dessinée 4

CHAPITRE II - L'INFLUENCE DE LA BANDE DESSINÉE SUR L'APPRENANT ET SON APPRENTISSAGE (GAGNÉ, LAMONTAGNE) 9

2.1 Application du modèle de Gagné à l'utilisation didactique de la bande dessinée 9

2.1.1 L'information verbale et la bande dessinée 10

2.1.2 Les habiletés intellectuelles et la bande dessinée 10

2.1.3 Les stratégies cognitives et la bande dessinée 12

2.1.4 Les attitudes et la bande dessinée 12

2.1.5 Les habiletés motrices et la bande dessinée 13

2.2 La bande dessinée et l'apprenant 13

2.2.1 Signification éventuelle du profil d'apprentissage de Lamontagne pour caractériser les apprenants utilisant la bande dessinée 14

2.2.1.1 Les orientations symboliques: théoricien ou praticien 15

2.2.1.2 Les déterminants culturels: travailleur familial, groupal ou individuel 16

2.2.1.3 Les modes d'inférence: inductif ou déductif 17

CHAPITRE III - LE RÔLE DE LA BANDE DESSINÉE DANS UNE DIDACTIQUE DE LA MATHÉMATIQUE 19

3.1 La bande dessinée et la didactique de la mathématique 19

3.2 Le champ d'action de la didactique de la mathématique 19

3.3 L'importance de la bande dessinée dans la dimension pédagogique 20

3.4 L'importance de la bande dessinée dans la dimension psychologique 21

3.5 L'importance de la bande dessinée dans la dimension mathématique ... 26

3.5.1 Une conception de la mathématique moderne 26

3.5.2 La pensée mathématique 27

3.6 L'importance de la bande dessinée dans la dimension de la pratique de l'enseignement 35

CHAPITRE IV - INCONVÉNIENTS ET LIMITES DE LA BANDE DESSINÉE DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE 37

4.1 La faiblesse de la bande dessinée relativement à ses composants 37

4.1.1 Polysémie de l'image 37

4.1.2 Polysémie du texte 38

4.1.3 Polysémie de l'image et du texte renforcée par l'ignorance des conventions et techniques 39

4.1.4 Polysémie de l'image et du texte renforcée par la difficulté de lecture 39

4.1.5 Polysémie de l'image et du texte renforcée par la formation déficiente de l'enseignant et l'horaire détaillé prévu pour la programmation 40

4.2 La faiblesse de la bande dessinée relativement à sa popularité 41

4.2.1 L'engouement 41

4.2.2 L'élaboration d'une bande dessinée spécifique et l'opposition du milieu: structure et enseignants 42

4.3 La faiblesse de la bande dessinée relativement à son impopularité 43

4.4 La faiblesse de la bande dessinée relativement au raisonnement déductif 44

4.5 Les faiblesses de la bande dessinée en comparaison avec d'autres médias 46

CHAPITRE V - OBJECTIFS ET HYPOTHÈSES 48

CHAPITRE VI - MÉTHODOLOGIE DE LA RECHERCHE 50

6.1 Échantillon 50

6.2 Instruments 50

6.3 Procédure 56

CHAPITRE VII - MÉTHODOLOGIE DE LA CONSTRUCTION DE LA BANDE DESSINÉE DIDACTIQUE 60

7.1 Identification du sujet à traiter 60

7.2 La capacité du sujet à engendrer des images 61

7.3 Cueillette de renseignements sur le sujet dans le but de vérifier l'hypothèse 61

7.4 Le scénario général 62

7.5 Réflexion sur la mathématique, la pensée mathématique et les principes didactiques 62

7.5.1 La conception de la mathématique 63

7.5.2 La pensée mathématique 64

7.5.3 Les principes didactiques 66

7.6 Le découpage du scénario 69

7.7 L'esquisse des principaux personnages 70

7.8 Le montage 71

CHAPITRE VIII - LES RÉSULTATS 75

8.1 Fidélité des deux post-tests 75

8.2 Validité de contenu des deux post-tests 79

8.3 Comparaison des résultats des classes ayant reçu la bande dessinée avec celles ayant reçu une fiche dépourvue de bande dessinée. 81

8.4 Les capacités influencées par la bande dessinée 83

8.4.1 Une méthode d'analyse qualitative: l'analyse binomiale 85

8.4.2 Des méthodes d'analyses quantitatives: analyse de variance et analyse discriminante 87

8.4.3 Synthèse 95

8.5 Les caractéristiques du profil d'apprentissage des étudiants influencés par la bande dessinée 96

CHAPITRE IX - DISCUSSION 105

9.1 Discussion en fonction de la première hypothèse 105

9.2 Discussion en fonction de la seconde hypothèse 106

9.3 Discussion en fonction de la troisième hypothèse 110

CHAPITRE X - CONCLUSION 114

10.1 Synthèse des résultats obtenus 114

10.2 Portée de la recherche et conséquences pour l'enseignement 115

10.3 Suggestions 115

ANNEXES - 120

Annexe A - Présentation des conventions utilisées et fiche avec bande dessinée 120

Annexe B - Fiche sans bande dessinée 212

Annexe C - Instruments de mesure et d'évaluation 271

Annexe D - Comportements et tâches en relation avec l'acquisition des capacités 330

Annexe E - Composition des rythmes d'apprentissage 334

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	1	Le type des questions du pré-test	51
Tableau	2	Le genre et le nombre de questions consacrées à chaque capacité dans le post-test de rythme 3	53
Tableau	3	Le genre et le nombre de questions consacrées à chaque capacité dans le post-test de rythme 2	54
Tableau	4	La capacité visée par chaque catégorie des post-tests des rythmes 3 et 2	55
Tableau	5	Calendrier d'activités pour le rythme 3	57
Tableau	6	Calendrier d'activités pour le rythme 2	58
Tableau	7	Analyse de la variance des réponses des étudiants de rythme 2 à leur post-test	75
Tableau	8	Analyse de la variance des réponses des étudiants de rythme 3 à leur post-test	76
Tableau	9	Les questions moins bonnes métriquement dans le post-test du rythme 2	77
Tableau	10	Les questions moins bonnes métriquement dans le post-test du rythme 3	78
Tableau	11	Moyenne et écart-type de chacun des groupes au post-test	81
Tableau	12	Analyse de la variance de chacun des quatre groupes au post-test	81
Tableau	13	Moyenne de chaque groupe aux questions communes regroupées par capacité	82
Tableau	14	Écart entre la moyenne au post-test et la moyenne au pré-test pour chaque groupe	84
Tableau	15	Nombre de questions où le pourcentage de réussite est supérieur	86

Tableau 16 Analyse de la variance des questions communes de "nom" 88

Tableau 17 Analyse de la variance des questions communes de "Fait" 89

Tableau 18 Analyse de la variance des question communes de "concept défini" 89

Tableau 19 Analyse de la variance des questions du rythme 2 portant sur le "fait" 90

Tableau 20 Analyse de la variance des questions du rythme 2 portant sur le "concept défini" 90

Tableau 21 Fonctions discriminantes canoniques pour les questions communes aux quatre groupes 91

Tableau 22 Les coefficients de la fonction discriminante, canonique et standardisée relativement aux questions communes aux deux rythmes d'apprentissages 92

Tableau 23 Fonction discriminante canonique pour les questions du post-test de rythme 2 92

Tableau 24 Les coefficients de la fonction discriminante, canonique et standardisée relativement au post-test de rythme 2 93

Tableau 25 Fonction discriminante canonique pour les questions du post-test de rythme 3 93

Tableau 26 Les coefficients de la fonction discriminante, canonique et standardisée relativement au post-test de rythme 3 94

Tableau 27 Analyse de variance de l'écart post-test et pré-test en fonction du rythme et de la bande dessinée 97

Tableau 28 Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 2 - sans bande dessinée 98

Tableau 29 Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 2 - avec bande dessinée 99

Tableau 30 Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 3 - sans bande dessinée 100

Tableau 31 Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 3 - avec bande dessinée 101

Tableau 32 Coefficient de Kendall entre l'écart et les caractéristiques du style d'apprentissage 103

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1.1 Prépondérance de l'image - actualité de la bande dessinée

Jusqu'au début du XX^{e} siècle, dans la société occidentale, l'image a été subordonnée à l'écrit comme mode d'expression. L'image ornait, embellissait, illustrait tandis que l'écriture s'imposait d'emblée lors des événements importants (ratification d'un traité de paix, proclamation d'une décision...). Actuellement, notre époque vit un bouleversement total. L'image devient de plus en plus le véhicule privilégié de la pensée. Le cinéma, la télévision, le roman-photo et l'écran du micro-ordinateur supplantent les journaux, les revues, les romans et même les manuels scolaires.

La bande dessinée, qui consiste en une suite de dessins, apparaît dans ce contexte comme un moyen de communication adapté aux exigences de notre temps. Il ne faut donc pas se surprendre de rencontrer des organismes d'information, des agences de publicité, des regroupements de travailleurs ou de professionnels et même des individus qui utilisent la bande dessinée comme média. Tisseron (1977) qui publia sa thèse de médecine sous forme de bande dessinée, nous en présente différents exemples. Tisseron propose le cas du gouvernement français et de sa loi sur la formation permanente rédigée dans le style graphique d'un quotidien, met ensuite en évidence l'initiative d'une agence d'illustrer une méthode visant le

recueil aseptique des urines et souligne enfin la parution d'un album relatant la lutte syndicale des employés d'une usine. En ce qui concerne le Québec, mentionnons l'existence d'une bande dessinée de Binette et al (1979) traitant des conséquences juridiques du commerce et de la consommation de drogues, de la conduite en état d'ébriété... ou encore la campagne d'une agence de publicité cherchant à mousser la vente de billets pour la saison 1982 de l'équipe de football des Concordes de Montréal.

1.2 La bande dessinée dans l'enseignement

Le monde de l'enseignement recourt également à la bande dessinée en vertu de ce préjugé favorable que lui accorde notre époque. En France, l'histoire est abordée à partir de recueils de bandes dessinées, des albums d'Astérix servent à la production d'émissions éducatives destinées à la télévision et la traditionnelle étude de texte est récupérée par l'entremise de l'élaboration d'une bande dessinée par les élèves. Aux États-Unis, des manuels de thérapies comportementales sont rédigés en bandes dessinées. Au Québec, le Ministre de l'Éducation suggère, dans le cinquième fascicule du Guide Docimologique, d'interroger l'étudiant à partir d'une image. Quant à Farid (1980), il présente un volume traitant de l'enseignement du français basé sur l'utilisation de la bande dessinée.

Si l'attrait exercé par la bande dessinée sur l'apprenant motive son apparition dans le monde de l'enseignement, est-ce là son seul mérite? En d'autres mots, le recours à la bande dessinée se justifie-t-il seulement par sa popularité ou vise-t-il, en plus, une influence dans l'apprentissage d'une matière scolaire? La recherche d'une réponse à une telle question nous amène à formuler quatre autres interroga-

tions. Le champ d'intervention de la bande dessinée dans l'enseignement se limite-t-il au français, à l'histoire ou englobe-t-il des matières scientifiques comme la mathématique, la physique? L'apprenant qui travaille avec la bande dessinée acquiert-il une meilleure connaissance de certaines sections de la matière? La bande dessinée favorise-t-elle l'apprentissage d'un type particulier d'étudiants? Comment arrive-t-on à créer une bande dessinée susceptible de favoriser l'apprentissage d'une matière scolaire? Voilà autant de questions qui permettent de préciser l'influence exercée par la bande dessinée dans l'enseignement.

1.3 Une expérience: l'enseignement à l'aide de fiches

C'est suite à la mise en place d'une nouvelle formule d'enseignement que ce désir de préciser l'influence de la bande dessinée se manifesta. Il y a neuf ans, la polyvalente Bernard-Gariépy de Tracy adoptait une forme d'enseignement individualisé en secondaire IV et V. Si cette polyvalente prenait une orientation originale dans la région de Sorel, elle ne répétait par contre que l'expérience vécue par d'autres institutions de Montréal, Longueuil, Nicolet... Cette individualisation engendra, pour la mathématique, un enseignement par fiches. La fiche, document élaboré par le personnel enseignant de l'école ou acheté de maisons spécialisées, expose la théorie et propose en même temps des exercices appropriés. Grâce à la fiche, l'élève apprend par lui-même et souvent à son rythme. En pratique, ces fiches se révèlent souvent être des versions écrites des cours magistraux traditionnels et comportent de nombreux passages photocopiés dans différents volumes. Dans un tel contexte, il n'est pas surprenant de constater que l'activité intellectuelle des étudiants, en mathématique, se limite à lire des algorithmes, à les assimiler et à les appliquer.

1.4 La bande dessinée dans la fiche d'apprentissage

L'utilisation de la bande dessinée, dans ces fiches, constitue un moyen d'améliorer la situation. Au minimum, l'apport de la bande dessinée se situe au plan de la présentation matérielle. À l'information écrite présentée sous la forme de textes ou de tableaux, la bande dessinée ajoute l'information véhiculée par l'image. L'ensemble des images composant la bande dessinée supposent, de plus, le montage, le cadrage, les changements de plans... autant de techniques qu'effleure, à l'occasion, la fiche traditionnelle.

À ce renouveau de la présentation matérielle, s'ajoute une certaine intervention dans l'apprentissage des étudiants. La bande dessinée, tout en ne brimant pas les élèves dotés d'une bonne mémoire ou d'une habileté particulière pour le travail déductif, sollicite l'imagination, l'intuition et le raisonnement inductif. Du coup, la bande dessinée détermine son statut comme matériel didactique et précise sa clientèle. La bande dessinée ne cherche pas à remplacer la formule pédagogique en vigueur, mais elle vient la compléter, l'enrichir, la rendre plus efficace. En respectant chez l'apprenant des facultés négligées par la fiche traditionnelle, la bande dessinée récupère un type d'étudiants démoralisés par cette individualisation de l'enseignement.

1.5 L'état des connaissances actuelles sur la bande dessinée

Les auteurs ne se prononcent pas formellement sur l'utilisation de la bande dessinée pour l'enseignement de la mathématique et sur les étudiants favorisés par cette initiative. Coulomb (in Roux, 1970) déclare que: "L'enfant est tout yeux, ce qu'il voit le frappe plus que ce qu'il entend." Lafontaine (in Meunier-Tardif, 1979)

atténue cette affirmation en la limitant à un groupe d'enfants: les visuels. Il affirme qu'il existe, chez les enfants, deux styles d'appréhension et d'actualisation: le style auditif et le style visuel. Lamontagne (1982) n'accepte pas cette classification des apprenants en deux catégories. À la limite, il consent à parler de trois styles ou profils d'apprentissage: le visuel, l'auditif et le sensorimoteur. Ce dernier type accorde plus facilement un sens à ce qu'il voit ou entend en autant qu'il puisse manipuler, animer. Lamontagne préfère, à cette catégorisation en deux ou trois styles d'apprentissage, l'établissement du profil d'apprentissage de chaque individu à partir d'une pondération de trente-cinq variables ou éléments. Les sens de la vue et de l'audition sont deux éléments de ce style d'apprentissage. Il est donc encore permis de croire que la bande dessinée favorise certains apprenants, en particulier ceux qui valorisent davantage la vue, mais pas d'une manière exclusive. Certains apprenants plus réceptifs aux stimulations de l'oreille peuvent compenser cette faiblesse, face à la bande dessinée, par une facilité à travailler en équipe (par exemple). De plus, il semble que l'image permet aux étudiants de corriger certaines de leurs lacunes. Roux (1970) avance que l'image facilite l'accès au concept, pour les élèves non-conceptuels.

La bande dessinée possède donc un potentiel pour faciliter l'apprentissage, mais les caractéristiques de ces mêmes apprenants restent à être précisées. Toutefois, la bande dessinée a déjà été mise à l'épreuve pour l'enseignement de certaines matières. Lewis (in Roux, 1970) reconnaît l'aide irremplaçable des illustrés pour l'apprentissage de la lecture. Rollet (1977) exploite la bande dessinée pour l'enseignement de la langue parlée et écrite. Barrera-Vidal (1977) préconise l'utilisation de la bande dessinée dans l'apprentissage du français comme langue seconde. Quant à Borrell et Nespoulos (1973), ils emploient la bande dessinée pour la rééducation des aphasiques. Borrell et Nespoulos dénotent un grand accroisse-

ment d'intérêt chez le malade et un encodage de messages moins agrammatiques. Ces auteurs établissent donc l'utilité de la bande dessinée pour l'apprentissage en général, l'étude d'une langue et la correction d'un trouble au niveau du langage. Cette utilité doit cependant être vérifiée pour l'apprentissage de la mathématique. D'ailleurs Meunier-Tardif (1979), en exposant les résultats de la recherche de Lafontaine, reconnaît que l'emploi de dessins avantage les visuels.

Même si la bande dessinée a déjà été employée dans l'enseignement du français, les recherches antérieures fournissent peu de renseignements précis concernant les types d'apprentissages qu'elle favorise. La Borderie (1972) conçoit que l'utilisation de l'image et du verbe permet de retrouver à la fois les avantages d'un enseignement oral et de la mise en mémoire. Yates (in Blanchard, 1975) insiste particulièrement sur l'importance de l'image pour la mise en mémoire. Cet auteur parle d'une méthode utilisée au Moyen-Age et qui consistait essentiellement à "meubler" les pièces d'un bâtiment imaginaire à l'aide d'images associées au discours à retenir. Laulan (1978) met en évidence la vision synthétique qu'engendrent une courbe, un diagramme. La bande dessinée jouerait donc un rôle dans le développement de l'esprit de synthèse. Le modèle de Gagné (1965) identifie cinq types de capacités qui résultent de l'apprentissage. Suite à une pré-expérimentation, nous croyons que la bande dessinée favorise l'acquisition de deux de ces capacités: l'information verbale et un type d'habileté intellectuelle (concept concret) (Joly, 1982).

Quant aux étapes de l'élaboration d'une bande dessinée didactique, les auteurs sont encore peu explicites. Moosman (1978) mentionne qu'il crée une bande dessinée à partir d'une idée venue "par hasard", bande dans laquelle un dessin en amène un autre à un rythme imprévisible et irrégulier. À cette méthode peu

ordonnée s'oppose la démarche présentée dans Textes et documents pour la classe (Institut national de recherches et de documentation pédagogiques, 1971: 16). Dans cette revue, en effet, on insiste sur deux étapes principales: le découpage et le montage du scénario. Le découpage du scénario englobe la description de l'action à rendre par chaque image et les indications concernant les dialogues et commentaires. Le montage, lui, se révèle être la traduction en images que le dessinateur fait du découpage. Moosman (1978) et l'article de "Textes et documents pour la classe" traitent de la création d'une bande dessinée en général mais, ils ne font aucune mention de la bande dessinée didactique. Davry (1973) approfondit cet aspect au niveau des classes du secteur primaire. L'auteur analyse le cheminement suivi par les étudiants et le professeur, dans leur classe, pour produire une bande dessinée et en profite pour souligner l'importance de six étapes. Au premier rang figure le choix d'un argument (un conte, texte libre écrit ou inventé). Le découpage ou le nombre d'images nécessaires au développement de l'argument vient au deuxième rang. Arrive ensuite la transcription du scénario sur des feuilles divisées en cases où chacune de ces cases préfigure une image de la bande dessinée. En quatrième lieu vient l'élaboration d'esquisses où priment la recherche des attitudes et des expressions. L'élaboration des dessins définitifs et la calligraphie des textes en constituent la cinquième étape. Arrive enfin, en sixième lieu, la présentation du produit fini. Ces auteurs renseignent donc sur l'élaboration d'une bande dessinée en général ou sur celles produites par des élèves et des professeurs de l'enseignement primaire. Par contre, peu d'informations en ressortent pour le professeur désireux de produire une bande dessinée destinée à l'enseignement spécifique d'un chapitre d'une matière.

L'utilisation de la bande dessinée, pour enseigner des notions mathématiques, se justifie pour les raisons suivantes:

1. la bande dessinée a déjà été employée efficacement pour enseigner plusieurs autres matières.

2. la bande dessinée complète le matériel disponible.

3. la bande dessinée vise une clientèle blasée et difficile à motiver.

4. la bande dessinée fait intervenir plusieurs personnages en action.

Il faudrait déterminer, par contre, le type d'apprenants qui pourraient bénéficier davantage de la bande dessinée et les types d'acquis qui seraient favorisés par l'emploi de la bande dessinée en mathématique. Quant à l'élaboration d'une bande dessinée didactique destinée à l'enseignement d'un sujet mathématique au niveau secondaire, les renseignements relatifs à la démarche à suivre sont encore malheureusement incomplets.

CHAPITRE II

L'INFLUENCE DE LA BANDE DESSINÉE SUR L'APPRENANT ET SON APPRENTISSAGE (GAGNÉ, LAMONTAGNE)

2.1 Application du modèle de Gagné à l'utilisation didactique de la bande dessinée

Le modèle d'apprentissage de Gagné (1965) permet de préciser d'une manière théorique les produits d'apprentissage ou les "capacités" avantagés par l'utilisation de la bande dessinée. Gagné (1976) considère l'acte total d'apprentissage comme une série d'événements ayant souvent une durée de quelques secondes. Les phases de cet ensemble d'événements s'étendent de la motivation au feed-back en passant par l'appréhension, l'acquisition, la rétention, le rappel, la généralisation et la performance. À la fin de ces huit étapes, indépendamment de la matière étudiée, le sujet a acquis des états persistants nommés "capacités" qui peuvent être de l'information verbale, des habiletés intellectuelles, des stratégies cognitives, des attitudes et des habiletés motrices.

En plus de définir ces capacités, Gagné (1976) s'intéresse aux facteurs externes qui peuvent influencer leur acquisition. Les rapprochements avec l'emploi de la bande dessinée, dans le but de faciliter le développement des capacités, dépendent non seulement de leurs définitions mais aussi des phases qui les favorisent.

2.1.1 L'information verbale et la bande dessinée

Ainsi, l'information verbale permet à l'individu d'énoncer sous forme de proposition ce qui a été appris. Pour y arriver, le sujet doit connaître les unités d'information ou des noms, des faits et l'organisation de ces faits dans un ensemble de connaissances structurées. Gagné (1976) avance que ces unités d'information sont apprises par communications orales ou écrites et emmagasinées en mémoire sous forme d'images visuelles ou d'autres sortes d'images. Gagné (1976) propose même qu'un facteur externe développe la capacité de l'information verbale en autant qu'il intervienne dans l'appréhension, l'acquisition, le rappel et la généralisation. La bande dessinée se compose d'images et suscite la création d'images mentales. La bande dessinée devrait donc favoriser l'emmagasinage et le repérage (souvent basé sur les images-indices) de l'information. Concernant l'appréhension, Gagné (1976) mentionne l'efficacité des images, des diagrammes et des changements rapides de séquences pour soutenir l'attention. L'acquisition ou la phase pendant laquelle s'effectue une codification mise sur l'image. Gagné (1976) exprime l'idée qu'il vaut mieux susciter une représentation visuelle dans le but de satisfaire la mémoire humaine. Le rappel et la généralisation nécessitent la présence d'indices servant de repères ou favorisant le changement de contexte. La succession des images de la bande dessinée, les représentations mentales qu'elle suscite et la référence à des faits vécus ou la transposition dans un monde imaginaire ou encore l'utilisation de l'humour qu'elle exploite en font un facteur externe d'une utilité certaine.

2.1.2 Les habiletés intellectuelles et la bande dessinée

Les habiletés intellectuelles constituent le deuxième produit d'apprentissage de Gagné (1976). En maîtrisant ces habiletés, l'individu apprend à contrôler les

diverses étapes d'une démarche qui permet de relier différents faits entre eux. En premier lieu vient la discrimination. Elle amène le sujet à distinguer les caractéristiques d'un objet, d'un symbole. La bande dessinée peut intervenir à ce niveau, car de par sa nature, elle met en évidence certains éléments d'une situation. Au deuxième rang apparaît le concept concret ou les classes d'objets, de qualités d'objets ou des relations acquises par observation. La bande dessinée a la possibilité de jouer un rôle appréciable à ce niveau. Arrive ensuite le concept défini. Il porte sur des attributs ou des relations non identifiables par le geste et se présente sous la forme d'une phrase. L'image d'un objet, dans certains cas, ne faciliterait-elle pas l'apprentissage de sa définition? Au quatrième rang apparaissent les principes (ou règles). Ce sont des conventions, des propriétés qui régissent une démarche. Un personnage d'une bande dessinée qui appliquerait cette démarche en faciliterait l'apprentissage. La résolution de problèmes constitue la dernière habileté intellectuelle (et la plus complexe). L'apprenant découvre une combinaison de principes qui permet de solutionner une nouvelle situation.

Gagné (1976) reconnaît que les événements externes interviennent dans l'acquisition, le rappel et la généralisation d'habiletés intellectuelles. Deux types d'événements influencent l'acquisition. Une communication orale ordinaire permet de ramener dans la mémoire à court terme les habiletés simples. Un énoncé verbal vise ensuite l'agencement de ces habiletés dans un ordre adéquat. La séquence des images d'une bande dessinée et les messages des ballons peuvent remplir ce double rôle. Quant au rappel, Gagné (1976) souligne la difficulté de se souvenir des indices permettant de retrouver dans la mémoire l'habileté. Gagné (1976) reconnaît que des éléments de l'habileté recherchée, mentionnés oralement, peuvent activer la mémoire. La bande dessinée peut remplir cette mission grâce à l'image ou au dialogue des personnages. La généralisation, enfin, s'effectue du simple au

complexe et d'une situation particulière à de nouvelles situations. La bande dessinée peut intervenir dans ce dernier cas; car grâce à l'humour, elle propose le monde de l'imagination comme champ d'exploration.

2.1.3 Les stratégies cognitives et la bande dessinée

Les stratégies cognitives sont une autre capacité développée par l'apprenant. Elles se résument aux moyens que prend le sujet pour diriger son apprentissage. Gagné (1976) reconnaît que ces stratégies ne s'apprennent pas d'un seul coup. En citant les recherches de Piaget, Gagné (1976) propose que les stratégies se raffinent avec le temps. Il n'en reste pas moins que pour Gagné (1976), la suggestion de stratégies et l'expérimentation favorisent l'apprentissage. La bande dessinée peut habituer l'élève à reférer à son vécu, à miser sur son expérience. Une autre façon d'intervenir dans l'apprentissage de stratégies est d'assurer un feed-back qui tient compte de l'originalité, de la créativité de l'apprenant. Pour les stratégies cognitives, la bande dessinée joue donc un très petit rôle. Il faudrait en effet que l'observation d'une expérimentation ou d'un résultat obtenu par un personnage soit tout aussi valable que le résultat produit par l'élève lui-même.

2.1.4 Les attitudes et la bande dessinée

Une quatrième capacité réside dans les attitudes ou prédispositions à poser une action. Le choix d'une action personnelle dépend de l'état interne du sujet. Gagné (1976) mentionne que les attitudes peuvent être établies, modifiées de deux manières. Lorsque l'apprenant expérimente lui-même, il s'agit d'une modification directe. La bande dessinée, par exemple, a la possibilité de redonner confiance à

celui qui ne réussit pas en mathématique avec la méthode traditionnelle. La manière indirecte, elle, consiste à observer un modèle humain pour reproduire son action. La bande dessinée peut inciter à agir de cette façon, car elle propose souvent un héros digne d'admiration. Ces deux exemples personnels d'application de la bande dessinée assurent une motivation, présentent une performance et facilitent le feed-back; trois caractéristiques que Gagné (1976) dénote chez les événements influents.

2.1.5 Les habiletés motrices et la bande dessinée

Les habiletés motrices, ou le cinquième type de capacités, sont les mouvements physiques qu'une personne exécute pour atteindre une performance désirée. Gagné (1976) identifie les communications verbales et la pratique comme des événements externes qui interviennent dans la maîtrise des habiletés motrices. La bande dessinée peut difficilement jouer un rôle direct à ce niveau. Le champ d'intervention de la bande dessinée se confine à la présentation des personnages exécutant les mouvements désirés.

2.2 La bande dessinée et l'apprenant

À la lumière du modèle de l'apprentissage humain de Gagné (1965), il devient alors possible d'identifier des capacités favorisées par le recours à la bande dessinée. Même si ce modèle d'apprentissage convient à tous les apprenants, il ne faut pas oublier que chaque apprenant l'applique selon des caractéristiques de sa personnalité et selon ses acquis antérieurs. D'après les propos de Gagné (1976: 111):

> Le fait qu'elle soit constituée d'individus est probablement la caractéristique la plus évidente de la classe. Les différences individuelles sont considérables. (...) Quelquefois moins évidentes, mais non moins importantes sont les différences individuelles de "capacités" que les individus "apportent avec eux" pour réaliser une tâche commune - les différences de "capacités initiales".

Pour atteindre ces deux foyers de différenciation, Gagné suggère la formation de petits groupes à l'intérieur de la classe, l'individualisation de l'enseignement ou encore le questionnement. Dans toutes ces options, Gagné (1976: 112) souligne judicieusement que: "l'enseignant utilise la connaissance qu'il a de ses étudiants". Cette connaissance de l'étudiant, on peut l'avoir autrement que par l'observation (qui exige beaucoup de temps). Le profil d'apprentissage[1], tel que développé par Lamontagne, renseigne énormément sur chaque étudiant et sur le groupe d'appartenance.

2.2.1 Signification éventuelle du profil d'apprentissage de Lamontagne pour caractériser les apprenants utilisant la bande dessinée

Le profil d'apprentissage: "est la façon propre à un individu de dégager du sens des signes et des symboles qui interviennent dans son expérience interne et externe et de donner du sens aux signes et aux symboles nouveaux qu'il produit". (Lamontagne, 1982: 1). Ce profil d'apprentissage est établi à partir de la pondération de trente-cinq éléments qui correspondent aux: "différentes facettes du moi intervenant dans l'acte de dégager du sens comme dans celui de donner du

---

1. La distinction que Lamontagne fait entre le profil d'apprentissage et le style d'apprentissage est la suivante: le style d'apprentissage est la façon propre à un étudiant d'apprendre tandis que le profil d'apprentissage est la représentation du style. Lamontagne spécifie aussi que ces deux termes sont souvent employés comme synonymes. Dans notre texte, nous les employons aussi comme synonymes.

sens" (Lamontagne, 1982: 2). Les trente-cinq éléments ainsi pondérés se repartissent inégalement en trois sous-ensembles: les orientations symboliques, les déterminants culturels et les modes d'inférence.

2.2.1.1 Les orientations symboliques: théoricien ou praticien

Dans les orientations symboliques se retrouvent les signes et les symboles retenus au niveau de l'acte de dégager du sens et de celui d'en donner. L'apprenant, à ce plan, apparaît comme un théoricien ou un praticien. Le théoricien apprend à l'aide de symboles théoriques et abstraits (mots, chiffres, signes exprimant des rapports de proposition...). Comme ces symboles peuvent être entendus ou lus, alors le théoricien sera auditeur ou lecteur. L'auditeur aura avantage à aborder un sujet en écoutant l'exposé du professeur alors que le lecteur préférera des textes choisis ou une bonne bibliographie. La bande dessinée peut intervenir à ce niveau. Le praticien, lui, attache de l'importance aux symboles qualitatifs ou concrets tels que les caractéristiques des personnes, des événements ou encore les personnes et les événements eux-mêmes. Le praticien peut être médiateur de symbole sensoriel ou sensorimoteur. Le médiateur apprend surtout par observation. Il n'a pas besoin de manipuler. Par exemple, le visionnement d'une expérience de laboratoire suffit. Les traits des divers personnages d'une bande dessinée, les situations développées sont susceptibles d'influencer ce type d'apprenant. Quant au sensorimoteur, il doit s'impliquer dans le travail concret, il doit expérimenter.

Le théoricien et le praticien n'apprennent pas seulement à l'aide de la vue et de l'audition. On accorde aussi de l'importance au goût, à l'odorat et au toucher. En plus des sens, la présence d'autres personnes (interrelationnel), la beauté (esthète), la facilité pour l'expression théâtrale (acteur), l'engagement face à

certaines valeurs ou objectifs (engagé familial, groupal ou individuel) interviennent aussi dans leur apprentissage.

2.2.1.2 Les déterminants culturels: travailleur familial, groupal ou individuel

Dans les déterminants culturels, la relation d'un individu avec lui-même, avec sa famille, ses collègues, ses pairs, ses amis est circonscrite. Tous ces êtres ou groupements d'êtres interviennent sur le sens donné aux signes et symboles observés ou produits. À ce plan, on peut être travailleur familial, groupal ou individuel. Le travailleur familial soumis adopte une attitude positive face à un encadrement assuré par les figures parentales ou d'autorité. Ce type de travailleur préfère le cours magistral, le tutorat... Le travailleur familial réactionnel réagit négativement à cette dernière forme d'encadrement. Il valorise plutôt l'encadrement fourni par le groupe d'appartenance ou par lui-même tout en rejetant les contraintes, les démarches imposées d'autorité. Le travailleur groupal se divise aussi en soumis ou réactionnel. Le soumis réagit favorablement à un encadrement assuré par le groupe des pairs, des collègues. Le travail en groupe attire ce type d'étudiant. Une bande dessinée qui alimente le travail en équipe peut favoriser une telle catégorie d'apprenants. Par contre, le réactionnel accepte seulement l'encadrement familial et (ou) individuel. Ce genre d'étudiant réalise ses apprentissages en dehors des situations contraignantes de la vie de groupe. La bande dessinée serait acceptée en autant qu'elle puisse soutenir le travail de l'individu. Vient enfin le travailleur individuel. Il peut être personnel ou impersonnel. Le travailleur individuel personnel mise sur lui-même. Au niveau de l'apprentissage, le travailleur personnel se fie à son originalité. Ce type d'étudiant a donc avantage à explorer lui-même avant de se référer à l'autorité. L'élaboration d'une bande

dessinée pourrait être une activité susceptible de motiver ce type d'apprenant. Le travailleur individuel impersonnel, par contre, apprend difficilement s'il est laissé à lui-même. Il privilégie l'encadrement familial et (ou) groupal. La bande dessinée interviendra en autant que le plan d'étude sera établi par le groupe.

2.2.1.3 Les modes d'inférence: inductif ou déductif

Dans les modes d'inférence, on insiste surtout sur la démarche suivie par l'individu pour aboutir à une conclusion. Cette démarche est inductive ou déductive. L'apprenant inductif traite les données particulières et concrètes et aboutit à des données plus abstraites, plus généralisées. Ce type de personne se contente de conclusions probables ou vraisemblables. L'inductif peut être intensif (procède par catégories), relationnel (procède à l'aide de similitudes), différentiel (procède à l'aide de différences ou des rapports de différence),évaluateur (utilise également les inductions extensive, relationnelle et différentielle). Dans la bande dessinée, le lecteur peut retrouver des personnages qui raisonnent d'une manière inductive. De plus, la bande dessinée peut favoriser le lecteur inductif en lui présentant une foule de faits particuliers et en l'invitant, par la suite, à tirer une conclusion. Quant au déductif démonstrateur, il part d'une théorie, de lois, de principes et aboutit au nécessaire, au certain par l'entremise d'un raisonnement syllogistique. Il est relativement facile d'élaborer des sections d'une bande dessinée exigeant ce type de raisonnement ou de présenter des personnages réfléchissant de cette manière.

Même si chaque individu avantage une des deux manières de raisonner, il n'en reste pas moins que chacun arrive à apprendre. Le modèle de Gagné (1965) , justement, présente le processus suivi par l'apprenant et les acquis qui en résultent.

La définition de ces acquis et les facteurs externes qui interviennent invitent à penser que la bande dessinée favorise certains acquis. Cependant, il ne faut pas oublier que l'apprenant suit ce modèle conformément à ses capacités, à sa personnalité, à son savoir immédiat. Dans le but d'atténuer l'effet négatif de ces éléments sur l'apprentissage, Gagné suggère au professeur de miser sur la connaissance de l'étudiant pour lui proposer des activités adéquates. Dans cette veine, le profil d'apprentissage développé par Lamontagne peut nous révéler la façon d'apprendre de chaque individu et du coup, du groupe. Ainsi, la connaissance des diverses composantes de ce profil montre que certains procédés pédagogiques (individualisation, enseignement en ateliers...) conviennent à des types précis d'étudiants. De la même façon, la bande dessinée doit respecter davantage certaines caractéristiques d'un type d'étudiants et favoriser leur apprentissage.

CHAPITRE III

LE RÔLE DE LA BANDE DESSINÉE DANS UNE DIDACTIQUE DE LA MATHÉMATIQUE

3.1 La bande dessinée et la didactique de la mathématique

La bande dessinée favorise potentiellement un type d'apprenants dans l'acquisition d'un savoir mathématique. Toutefois, cette affirmation conserve sa validité en autant que la bande dessinée ait sa place dans un cours de mathématique. Ce droit de cité dépend de sa capacité à adhérer au champ d'action dévolu à la didactique de la mathématique. Cette science (Lunkenbein, 1979: 14-33) s'intéresse à l'élaboration et à l'évaluation de cours pour l'apprentissage de la mathématique, aux choix de leurs contenus et de leurs buts.

3.2 Le champ d'action de la didactique de la mathématique

La didactique de la mathématique se situe donc aux frontières de plusieurs sciences: psychologie, sociologie, épistémologie, mathématique. Le didacticien analyse donc la pratique de l'enseignement en se référant à diverses sciences ressources. Quatre dimensions sont particulièrement importantes dans la didactique de la mathématique: la dimension pédagogique, la dimension psychologique, la dimension mathématique et la dimension de la pratique de l'enseignement. La bande dessinée exerce aussi un rôle dans chacune de ces dimensions.

3.3 L'importance de la bande dessinée dans la dimension pédagogique

La dimension pédagogique situe la réflexion au niveau des buts généraux d'apprentissage de la mathématique. Dans les pages précédentes, les buts généraux de l'apprentissage ont été abordés par l'étude des "capacités" de Gagné (1965). Winter et Wittmann (in Lunkenbein, 1979) présentent une liste des buts d'apprentissage de la mathématique adaptés à la classification de Gagné (1965). Ces buts d'apprentissage de la mathématique se regroupent en deux catégories: les stratégies cognitives et les techniques intellectuelles.

Au plan des stratégies cognitives, la mathématique apparaît comme une création de l'esprit humain, une science déductive et un modèle pouvant représenter la réalité. Cette perception de la mathématique cherche à amener l'étudiant à créer, à argumenter (raisonner) et à mathématiser (description de la réalité à l'aide de données mathématiques). La bande dessinée, dans ce contexte, joue un rôle assez réduit. Ce rôle a été établi lors de l'étude des stratégies cognitives de Gagné. La bande dessinée favorise le raisonnement par les interactions entre les personnages qui dialoguent, à partir de différents points de vue, pour donner forme à une représentation abstraite du sujet traité.

Dans les techniques intellectuelles, les objets mathématiques sont des réalisations abstraites engendrées à partir de l'observation de situations concrètes. Ces réalisations abstraites sont soumises à des structures et souvent érigées en systèmes. Le raisonnement permet de comparer les systèmes entre eux. Une telle conception de l'activité mathématique vise l'abstraction, la formation de concepts et leur classification, la reconnaissance de l'existence de principes généraux dans diverses situations concrètes. Vient ensuite la nécessité d'ordonner et de formali-

ser. Le raisonnement analogique établit les comparaisons entre les composantes d'un système ou entre les différents systèmes. C'est dans ces objectifs de l'apprentissage que se retrouvent l'information verbale, le concept concret, le concept abstrait, les principes ou règles, la discrimination, la résolution de problèmes ou diverses capacités de la classification de Gagné (1965). Le chapitre II a fait ressortir les différentes possibilités de la bande dessinée à ce niveau. Celle-ci joue donc un rôle important dans les techniques intellectuelles de la dimension pédagogique.

3.4 L'importance de la bande dessinée dans la dimension psychologique

Les objectifs généraux de l'apprentissage de la mathématique étant établis, l'intérêt doit maintenant porter sur la question de l'apprentissage humain. Une conception de la didactique dépend du modèle de base choisi pour l'apprentissage humain et se manifeste dans un système de principes didactiques ou de règles constructives tenant compte de la réalité de l'enseignement.

L'étude de principes didactiques et la capacité de la bande dessinée à actualiser ces principes permettent d'étudier le rôle de la bande dessinée dans la dimension psychologique. Trois albums de Jean-Pierre Petit serviront de points de référence. Cet auteur a déjà fait ses preuves, car il a enseigné pendant cinq ans les sciences à des non-scientifiques à l'aide de la technique de la bande dessinée.

Un des premiers principes didactiques est le principe génétique. L'application de ce principe transforme la conception traditionnelle de la mathématique. Cette dernière perd son origine mystérieuse, son statut d'infaillibilité; car l'enseignement est organisé de manière à sensibiliser l'étudiant au problème à l'origine d'une

théorie et aux tâtonnements suivis par les chercheurs avant d'énoncer la théorie. La bande dessinée excelle à présenter la science sous cet aspect. Dans Le géométricon (Petit, 1982), Anselme Lanturlu (le héros) constate l'invalidité des théorèmes d'Euclide dans un espace sphérique. L'existence des autres géométries semble plus naturelle et les principes de celles-ci sont plus faciles à accepter. Dans l'album intitulé Si on volait (Petit, 1980), Anselme Lanturlu revit toutes les péripéties vécues par les pionniers de l'aviation avant que ceux-ci arrivent à s'envoler.

Le second principe, le principe dynamique, porte sur l'attitude recherchée chez l'apprenant. Les enseignants confrontent l'apprenant d'une manière active et intensive avec la matière. Dans les albums de Jean-Pierre Petit, le lecteur découvre à chaque page des expériences physiques simples, susceptibles d'orienter et de clarifier sa démarche. De plus, dans L'informagique (Petit, 1982b) le héros (qui vit les interrogations du lecteur) est projeté à l'intérieur d'un ordinateur et découvre son fonctionnement en collaborant avec les habitants de ce milieu. Petit (1982b: 10) convie même le lecteur à indiquer le fruit de sa réflexion dans un ballon vide.

Un troisième principe didactique est le principe opératoire. L'enseignant mise alors sur la manipulation d'objets concrets dans le but de faciliter l'intériorisation et l'organisation en groupements des opérations. L'informagique (Petit, 1982b) montre que la bande dessinée a la capacité de respecter ce principe. Après avoir été projeté dans l'ordinateur, Anselme Lanturlu constate que les entrées sont traduites en code binaire à l'aide de la présence ou de l'absence d'un noeud sur des mouchoirs, que la mémoire ressemble à un immense classeur dont certains tiroirs sont titrés alors que d'autres restent libres. En somme, les composantes et le

fonctionnement d'un ordinateur sont représentés ou bien par des objets ou bien par des opérations concrètes.

Les connaissances une fois acquises, il devient nécessaire que soit établi tout un réseau de liaisons et de rapports entre ces connaissances. À ce niveau, alors, intervient le principe d'intégration. L'enseignement facilite l'élaboration de relations et de rapports entre les connaissances dans le but d'établir la cohérence du contenu conceptuel. Dans l'album <u>Le géométricon</u> (Petit, 1982a) nous retrouvons ce principe. Anselme Lanturlu a remarqué que les énoncés d'Euclide concernant la somme des angles intérieurs d'un triangle, le volume d'une sphère et sa surface ne correspondent pas toujours à 180°, $\frac{4 \pi l^3}{3}$ et $4 \pi l^2$ (où l est le rayon de la sphère). Par contre, grâce à de nombreuses expériences, il constate que si dans un espace à trois dimensions la somme des angles intérieurs d'un triangle est supérieure à 180°, que le volume d'une sphère est inférieur à $\frac{4 \pi l^3}{3}$ et la surface de celle-ci inférieure à $4 \pi l^2$, alors on a un espace hypersphérique qui se referme sur lui-même. L'exemple présenté ici illustre non seulement l'établissement de la non cohérence d'un savoir dans un nouveau milieu mais encore montre que l'apprenant, dans le but d'aboutir à un savoir cohérent avec ce milieu, se met à la recherche de relations inédites.

Dans le but d'éviter l'apparition de conclusions trop hâtives, il est bon de prévoir la transposition et l'application d'un contenu dans d'autres contextes. C'est le principe de la stabilisation. Jean-Pierre Petit emploie ce procédé dans ses bandes dessinées. Dans <u>Le géométricon</u> (Petit, 1982a), par exemple, Anselme Lanturlu découvre un espace où le théorème d'Euclide concernant la somme des angles intérieurs d'un triangle n'est pas valide. L'auteur transpose alors son héros dans l'étude de surfaces non planes comme une selle de cheval, un cor de chasse, ou

des portions du corps d'un cheval ou d'un humain puis l'invite à analyser l'espace à trois dimensions.

Les connaissances acquises, leur cohérence établie, leur transposition assurée, il reste à découvrir les propriétés qui assurent la validité d'une théorie ou d'un modèle. En d'autres mots, dans l'enchaînement et le regroupement de concepts interdépendants, il faut identifier les concepts, les opérations et les propriétés qui nous permettent de conclure à la représentativité d'un modèle ou à la véracité d'une théorie. On reconnaît ici le principe de l'orientation par la structure. L'étude de l'espace à trois dimensions, présentée dans Le géométricon (Petit, 1982a), fournit un exemple de l'utilité de la bande dessinée dans l'application de ce principe. Comme nous l'avons déjà souligné auparavant, Jean-Pierre Petit étudie un espace hypersphérique. L'auteur dessine non seulement des exemples de cet espace, mais encore il fixe les critères servant à sa reconnaissance. À ce titre, on s'assure d'abord de la courbure positive de cet espace à trois dimensions (somme des angles intérieurs d'un triangle est plus grande que 180°) et on analyse le volume et la surface d'une sphère inscrite dans cet espace. Un volume, d'une sphère de rayon 1, inférieur à $\frac{4\pi 1^3}{3}$ et une surface plus petite que $4\pi 1^2$ permettent de conclure à la présence d'un espace hypersphérique. Ces différentes propriétés, étudiées séparément et tout au long de l'album, ont été regroupées dans le but de donner un moyen de reconnaître un espace hypersphérique.

Un autre principe didactique consiste à présenter la mathématique comme une science en construction, une science où tout n'est pas prévu avant de commencer l'étude. C'est le principe d'humanisation de la mathématique. Les bandes dessinées de Jean-Pierre Petit respectent ce principe. Dans Le géométricon (Petit, 1982a) par exemple, l'auteur n'hésite pas à illustrer la fausseté de

certains théorèmes d'Euclide. Anselme Lanturlu n'en continue pas moins à se poser des questions pour arriver à mieux comprendre le milieu où il vit (espace sphérique). D'ailleurs, dans l'album Si on volait (Petit, 1980), Anselme se pose constamment des questions qui l'amènent à effectuer une foule d'expériences avant de trouver des réponses.

L'illustration des concepts par l'image constitue un autre principe didactique. L'enseignement mise sur l'image pour faciliter la compréhension de divers concepts et la compréhension des théories. Dans la bande dessinée Si on volait (Petit, 1980: 17) l'auteur présente les fluides. Dans le but de faire comprendre ce concept, l'auteur le représente par un bol rempli de sable. Le héros, à un certain moment, secoue le bol dans lequel il a enfoui une pièce de monnaie et une balle de ping-pong. Il constate alors que la pièce disparaît sous le sable tandis que la balle remonte en surface. L'observation du principe d'Archimède, par le sable secoué, fait du fluide une sorte de sable composé de grains très fins et glissant aisément les uns sur les autres.

Les principes didactiques constituent en fait la manifestation d'une didactique. La bande dessinée peut être construite de manière à respecter ces principes. Ainsi, dans les albums de Jean-Pierre Petit, se rencontrent les principes génétique, dynamique, opératoire et les principes d'intégration, de stabilisation, de l'orientation par la structure, de l'humanisation de la mathématique, de l'illustration d'un concept par l'image. La bande dessinée joue donc un rôle de premier ordre dans la dimension psychologique de la didactique.

3.5 L'importance de la bande dessinée dans la dimension mathématique

Une didactique de la mathématique, en plus d'étudier les buts généraux et les problèmes reliés à l'apprentissage de la mathématique, doit aussi tenir compte de l'évolution de la discipline elle-même et du mode de pensée qu'elle exige. Le type d'intervention réservée à la bande dessinée, relativement au respect d'une conception de la mathématique et de la pensée qui anime le mathématicien, permet de juger de son influence dans la dimension mathématique.

3.5.1 Une conception de la mathématique moderne

La mathématique moderne se caractérise par trois tendances: unificatrice, dynamique et appliquée. De nos jours, la mathématique apparaît de moins en moins comme une collection de disciplines. L'étude des fonctions logarithmique et trigonométrique a remplacé, par exemple, l'étude des logarithmes et de la trigonométrie au niveau secondaire. En somme, la mathématique ressemble davantage à un édifice dans lequel, à chaque étage, résident différentes manifestations de cette science, respectueuses des mêmes concepts et des mêmes structures.

La mathématique moderne apparaît comme un tout, mais un tout non fini, non terminé. L'édifice de notre comparaison, n'est pas érigé d'une façon définitive. Il existe toujours une possibilité d'apporter des changements, de préciser certaines théories... Même après plus de 20 siècles de travail, l'homme peut encore songer à découvrir, à préciser la mathématique.

Cette flexibilité de la mathématique favorise son utilisation dans différents domaines parfois très éloignés de la mathématique. Que l'on pense ici à la

technique du rayon laser dans le monde de la stéréophonie où le disque utilise une codification dans le système binaire au lieu des sillons traditionnels. La mathématique devient de plus en plus applicable et appliquée.

La mathématique présentée dans les albums de Jean-Pierre Petit est unifiée, dynamique et avide d'applications. Dans l'album Le géométricon (Petit, 1982a) par exemple, les concepts de triangle, de somme des angles sont étudiés dans le plan, sur des surfaces non planes (sphères, portions du corps humain...). La mathématique présentée dans cet album est unifiée car même si les résultats varient, on traite toujours des mêmes concepts. De plus, le lecteur constate que cette variance lui permet d'obtenir des structures plus générales, plus globalisantes. Dans cet ordre d'idée, le plan n'est qu'un sous-espace d'un espace à trois dimensions, et les résultats obtenus dans l'un deviennent des cas particuliers de l'autre. L'aspect dynamique, lui, découle de cette étude du triangle dans un espace non planaire. Les résultats d'Euclide sont alors reformulés en fonction des nouveaux espaces. Quant aux applications, elles sont très nombreuses. Jean-Pierre Petit nous présente son héros (Anselme Lanturlu) plongé dans différents espaces: dans un espace sphérique, Anselme trace un cercle qui se referme sur lui-même; dans un espace cylindrique à trois dimensions, le même Anselme lance, en avant de lui, une flèche qui termine pourtant sa trajectoire dans son dos...

3.5.2 La pensée mathématique

La conception d'une science a toujours orienté le type d'activité mentale attendue chez l'apprenant. La mathématique n'échappe pas à cette observation. La pensée mathématique possède de nombreuses caractéristiques qui expliquent l'importance reconnue à cette matière dans nos programmes scolaires. En premier

lieu, la pensée mathématique permet à l'homme de mieux comprendre son monde. Le Verrier ne détermine-t-il pas l'existence de Neptune à partir des irrégularités de l'orbite d'Uranus? Historiquement, d'ailleurs, des problèmes d'ordre pratique sont à l'origine de la mathématique: dénombrement de troupeaux, calcul de l'impôt... En solutionnant ces problèmes, l'homme intériorise de plus en plus le réel. L'homme schématise le réel, le traduit en symboles, le représente par des modèles... L'homme transcende donc la situation, la regarde d'en haut. Quant à l'évolution de la mathématique, le réel occupe encore une place de choix. La sollicitation par les sciences de la nature (surtout la physique) constitue un élément moteur de cette évolution. Dans le but de solutionner des problèmes posés par les spécialistes de la physique nucléaire, de la chimie..., le mathématicien est souvent obligé de songer à de nouvelles applications de ses théories. D'ailleurs, Dieudonné (1982: 23) reconnaît l'influence des besoins pratiques dans l'apparition et l'évolution de la mathématique en écrivant:

> Les neufs dixièmes des mathématiques, en dehors de celles qui ont été suscitées par des besoins pratiques, sont des résolutions de devinettes.

La bande dessinée peut illustrer ce lien entre les problèmes réels, quotidiens et l'origine de la mathématique. Dans Le géométricon (Petit, 1982a) le personnage principal constate la fausseté de certains énoncés d'Euclide en construisant, par exemple, un triangle sur la surface du globe terrestre ou en pavant d'un dallage une vaste surface courbe. Par la même occasion, on reformule le théorème concernant la somme des angles intérieurs d'un triangle construit, cette fois, sur des surfaces courbes. L'album, à ce moment là, présente l'influence de la nature sur la mathématique. Enfin, Jean-Pierre Petit arrive même à créer un schéma des espaces à trois dimensions. On retrouve en effet un espace hypersphérique refermé

sur lui-même, un espace ayant une extension infinie et un espace euclidien. L'auteur et le lecteur de la bande dessinée comprennent davantage le réel.

Basée sur la symbolisation, la schématisation et la construction de modèles, cette amélioration de compréhension de la réalité suppose un développement et un contrôle accentué des facultés intellectuelles. C'est la seconde caractéristique de la pensée mathématique. L'étude de la mathématique, en effet, exige une capacité d'abstraction de plus en plus poussée. L'apprenant part du réel, du concret, mais en arrive très tôt à une représentation symbolique où règnent en maître variables, signes d'opérations et de relations... L'apprenant en vient même à travailler uniquement avec ces êtres abstraits, souvent dépouillés de tout lien avec leur origine concrète. Cette orientation s'explique par la nécessité d'économiser le temps ou, encore, par les connaissances limitées de l'homme. Que l'on songe au temps consacré pour manipuler un nombre entier de 60 chiffres ou à la difficulté de démontrer qu'un nombre composé de 30 chiffres est premier.

Une telle importance accordée aux êtres abstraits suppose un recours constant à l'intuition. Sur des êtres imaginaires, le travail à la chaîne est très difficile pour l'ouvrier. Par contre, en travaillant régulièrement avec ces êtres imaginaires, l'étudiant en arrive à deviner leur comportement normal. À ce niveau, reste la "vérification de la véracité ou de la fausseté" du comportement prévu.

Les raisonnements inductif et déductif entrent alors en action. Avec l'induction, l'apprenant part de l'observation de faits particuliers, les compare et les combine pour énoncer une loi générale. En recourant à la déduction, par contre, il valorise un autre cheminement. L'apprenant retient des propositions premières appelées prémisses, les enchaîne d'une manière logique pour démontrer

la véracité du comportement annoncé ou d'une proposition résultante. Dans les deux cas, la démarche doit être rigoureuse. Les symboles sont employés conformément aux règles établies, tous les aspects de la situation (chiffrés ou non chiffrés) sont pris en considération, tous les cas possibles et imaginables sont envisagés. Cette dernière remarque, concernant la multiplicité des cas, empêche l'effet néfaste du dogmatisme.

En plus de la rigueur, l'efficacité du raisonnement dépend du jugement, de l'imagination et de la capacité de concentration de l'apprenant. Dans l'analyse d'une situation, il arrive qu'un apprenant découvre une relation insoupçonnée entre deux ou plusieurs termes. L'apprenant doit avoir un jugement assez averti pour accepter cette relation même si elle entraîne le rejet des autres relations qu'il a découvertes antérieurement. De plus, l'apprenant doit être capable d'accéder aux raisonnements de ses confrères ou consoeurs d'une manière originale. L'apprenant fait sien le raisonnement d'un autre en y greffant, toutefois, une part de subjectivité. C'est là le rôle de l'imagination. Henri Poincaré (in Apéry, 1982: 65) soulignait d'ailleurs la nécessité pour chacun d'incorporer à sa propre personnalité toute connaissance extérieure par une formule particulière: "un chien dévorant une oie emmagasine de la graisse de chien et non de la graisse d'oie". Quant à la concentration, c'est cette capacité que possède un apprenant de centrer son attention sur un sujet particulier. Plus l'apprenant se concentre facilement, plus il analyse tous les cas possibles et réduit du coup les chances d'erreurs dans le raisonnement.

La bande dessinée peut également contribuer au développement et au contrôle des facultés intellectuelles. La capacité d'abstraction reçoit, entre autres, un traitement de faveur. Dans l'album Le géométricon (Petit, 1982a) le lecteur

découvre de nombreux exemples concrets de concepts. Ainsi, l'auteur illustre la géodésique par une corde tendue entre deux points sur un plan ou sur une sphère. Le cercle est représenté par une clôture circulaire, le périmètre par la longueur de la clôture, l'aire par le nombre de blocs d'un dallage, un triangle tri-rectangle et équilatéral par le huitième de la surface de la terre... Le lecteur abstrait donc à partir d'une représentation concrète et significative. Les risques d'erreurs sont ainsi minimisés.

Au plan de l'intuition, la bande dessinée de Jean-Pierre Petit joue un rôle de catalyseur. L'auteur, au début de l'album Le géométricon (Petit, 1982a), incite le lecteur à penser qu'Anselme Lanturlu se déplace sur une sphère. En premier lieu, il indique, à l'aide d'une corde, son chemin dans un monde de brouillard. À plusieurs reprises, il retrouve son point de départ après s'être déplacé en ligne droite. Un événement semblable se produit avec la construction d'une clôture. Ce n'est qu'avec la dissipation du brouillard que notre intuition se confirme. À la fin de l'album, Jean-Pierre Petit utilise le même procédé pour étudier, à l'aide de la bande de Möbius, un espace bidimensionnel inorientable.

Quant au raisonnement inductif, il est parfaitement illustré par le personnage principal. Ce dernier expérimente, multiplie les observations, les compare et les combine pour arriver à des conclusions (souvent fausses). D'ailleurs tous les personnages raisonnent d'une manière inductive. Un oiseau arrive même à reconnaître la formule de Gauss, concernant la somme des angles d'un triangle tracé sur une sphère [$180 \left(1 + \frac{A}{3,1416R^2}\right)$ degrés; A = aire du triangle et R = rayon de la sphère] après avoir observé la variation de la somme des angles de différents triangles tracés sur une sphère. Un seul personnage, Sophie, laisse deviner la maîtrise d'un raisonnement déductif. En effet, elle révèle les solutions à

Anselme lorsqu'il est pris dans un dilemme. De plus, elle structure les différents résultats obtenus par Anselme. Soulignons que tous les personnages examinent méticuleusement le plus de cas possibles, ne négligent aucune observation et emploient correctement les symboles dans l'écriture des formules.

En ce qui concerne l'imagination, le jugement et la concentration, toutes ces facultés sont en action chez Anselme Lanturlu. Dans Le géométricon (Petit, 1982a) au début de l'histoire, ce héros s'assure que la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle égale 180o. Il fait sien cet énoncé d'Euclide. Par contre, vivant dans un monde de brouillard, il se demande ce qui se passe au loin. Anselme en arrive à construire des triangles dont la somme des mesures des angles intérieurs dépasse 180o. De plus, le héros découvre que les énoncés d'Euclide concernant la circonférence et la surface d'un cercle, ne sont pas toujours vérifiés dans ce monde de brouillard. Anselme recherche donc la vérité. Il travaille à adopter la géométrie plane d'Euclide dans son monde sphérique. Anselme est donc soucieux de donner une couleur personnelle aux théories d'Euclide. Dans cette démarche, Anselme fait preuve de jugement. Même s'il constate que sur les surfaces courbes les théorèmes euclidiens ne marchent pas, il remarque par contre le contraire pour les cylindres et les cônes. Anselme ne rejette pas cette observation. Au contraire, il s'en sert pour distinguer les surfaces courbes des surfaces planes en identifiant de cette dernière façon les surfaces dans lesquelles les théorèmes d'Euclide sont respectés. La tenacité caractérise également Anselme Lanturlu. Toute son activité, dans Le géométricon (Petit, 1982a) vise à l'amener à mieux comprendre le concept d'espace. Anselme centre son attention uniquement sur ce sujet. La fin de l'album coïncide avec une schématisation de l'espace et même plus, une schématisation de l'Univers (Univers ayant une courbure négative et d'extension infinie, Univers hypersphérique refermé sur lui-même ou Univers euclidien).

Si la pensée mathématique favorise la compréhension du réel, engendre un meilleur contrôle des facultés intellectuelles, elle n'en favorise pas moins la modestie. L'adepte de la mathématique découvre assez rapidement sa domination imparfaite d'une portion de tout le savoir mathématique. À notre époque, il est pratiquement impossible de tout connaître en mathématique, de suivre dans le détail les nombreux développements de la mathématique. Comme l'écrit Bourbaki (1962: 35):

> Pas un mathématicien, même en y consacrant toute son activité, ne serait aujourd'hui en mesure de suivre ce développement dans tous ses détails. Nombre d'entre eux se cantonnent dans un coin des mathématiques d'où ils ne cherchent pas à sortir, et non seulement ignorent à peu près complètement tout ce qui ne touche pas à leur sujet, mais encore seraient hors d'état de comprendre le langage et la terminologie employés par leurs confrères qui se réclament d'une spécialité éloignée de la leur.

À l'incapacité de tout savoir en mathématique s'ajoute, comme source de modestie, la persévérance. Cette persévérance est souvent à l'origine de la découverte d'une solution. En effet, la maîtrise d'une théorie, l'élaboration d'une solution demande réflexion, patience et temps. L'histoire de la mathématique témoigne de la véracité de cette opinion. Prenons, à titre d'exemple, le cas du nombre π . Déjà chez les Babyloniens, à l'époque où les Grecs se contentaient d'élever des moutons, on avançait des valeurs (3 et 3 1/8) pour ce rapport de la circonférence au diamètre d'un cercle. Plus tard, les Égyptiens en proposèrent une nouvelle valeur $(16/9)^2$. Les Grecs, grâce à Pythagore et Archimède, en formulèrent une valeur assez juste ($3\ 10/71 < \pi < 3\ 10/70$). Il faudra, par contre, attendre Wilbrod Snellius (1580-1626) pour aborder le calcul de π avec une méthode plus rapide que celle des polygônes. Gregory, Newton, Machin, Euler viendront perfectionner, par la suite, cette nouvelle méthode. L'homme qui constate les efforts de ses semblables, pendant une vingtaine de siècles, n'y trouve sûrement pas matière à perdre la tête.

La bande dessinée excelle à illustrer cette limitation de l'esprit humain face au savoir mathématique et la persévérance que l'activité mathématique exige. Dans Le géométricon (Petit, 1982a), l'auteur nous présente les spécialistes d'Euclide et cie qui proposent à Anselme des théorèmes ainsi que le matériel destiné à leur vérification. Anselme, en utilisant ce même matériel, constate rapidement la fausseté des énoncés. Un grand savant comme Euclide ne possédait donc qu'un savoir partiel, incomplet.

Quant à la persévérance nécessaire à la découverte de la solution, les nombreuses expériences du héros (Anselme) en témoignent. Dans le seul album Le géométricon (Petit, 1982a), Anselme Lanturlu construit, observe, analyse tout au long de soixante pages avant d'en arriver à une compréhension du concept de l'espace. De plus, Jean-Pierre Petit nous donne un aperçu du temps exigé par l'humanité, pour cette compréhension. Au début de l'histoire, l'auteur nous plonge chez les disciples d'Euclide. Dans l'épilogue, il nous fait rencontrer Einstein. Le dénouement de l'histoire occupe donc le temps qui sépare ces deux grands penseurs.

La pensée mathématique exige enfin une maîtrise des connaissances de base. Le savoir mathématique est un savoir cumulatif. Si on espère en connaître davantage, il faut d'abord maîtriser le savoir de base comme les définitions, les axiomes, les opérations et leurs propriétés,... Une bonne base est encore la meilleure garantie pour la compréhension, car tout s'enchaîne en mathématique, tout s'imbrique.

La bande dessinée excelle dans la vulgarisation des connaissances de base. Dans L'informagique (Petit, 1982b), par exemple, l'auteur donne l'équivalent pratique de chaque composante de l'ordinateur avant d'en décrire le fonctionne-

ment. Les données deviennent des sacs remplis de mouchoirs noués ou sans noeud (système binaire), la mémoire se compare à un immense classeur, la détermination d'un nombre au hasard se fait dans une salle de jeux... Le fonctionnement de l'ordinateur apparaît par la suite. Le lecteur assiste alors à l'exécution d'un programme et voit le rôle dévolu à chacune des composantes.

La maîtrise des connaissances de base n'est qu'une caractéristique de la pensée mathématique. La persévérance dans l'effort, la possibilité d'absorption limitée du savoir mathématique, le développement des facultés intellectuelles (intuition, raisonnements inductif et déductif rigoureux, jugement, imagination, concentration, abstraction) et une meilleure compréhension du monde quotidien en sont d'autres. Cette pensée, développée chez l'apprenant, doit aussi refléter une conception de la mathématique à la fois dynamique, unificatrice et soucieuse des applications. Dans un tel contexte, on propose à l'apprenant une mathématique respectueuse de son évolution et soucieuse du mode de pensée qu'elle nécessite. La bande dessinée contribue à présenter une telle mathématique. Les nombreuses références aux albums de Jean-Pierre Petit témoignent de cette contribution. Ainsi, la bande dessinée concourt au respect de la dimension mathématique d'une didactique de l'enseignement de cette science.

3.6 L'importance de la bande dessinée dans la dimension de la pratique de l'enseignement

Une fois la conception de la mathématique connue, les caractéristiques de la pensée mathématique analysées, les problèmes de l'apprentissage humain inventoriés et les buts généraux de son enseignement formulés; il ne reste qu'à procéder à la création d'un matériel respectant ces données. En d'autres mots, la mise au

point d'unités d'enseignement s'impose. C'est, en somme, la dimension de la pratique de l'enseignement.

Dans ce contexte, la bande dessinée est sur la bonne voie. Les albums de Jean-Pierre Petit donnent à la bande dessinée ses premières lettres de noblesse dans la pratique de l'enseignement. Notre travail, pour sa part, vise à identifier des apports précis de la bande dessinée dans l'acquisition de connaissances athématiques.

Cette présence de la bande dessinée dans un matériel didactique conformé-t à une conception de la mathématique et de la pensée mathématique, à une ption de l'apprentissage humain et des objectifs visés traduit ce respect des dimensions d'une didactique de la mathématique. La bande dessinée a donc de cité dans un cours de mathématique.

endant, ce droit de cité de la bande dessinée ne lui confère pas uement le statut d'outil pédagogique parfait. En effet, comme tout bande dessinée comporte sa liste d'inconvénients, de faiblesses qui champ d'influence.

CHAPITRE IV

INCONVÉNIENTS ET LIMITES DE LA BANDE DESSINÉE DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE

La bande dessinée favorise virtuellement l'acquisition de capacités chez un type particulier d'apprenants. Le rôle important que joue la bande dessinée dans une didactique de la mathématique fait que celle-ci intervient également au niveau de l'acquisition d'un savoir mathématique. Il ne faut pas, par contre, surévaluer trop rapidement l'apport de la bande dessinée pour l'apprentissage d'une matière scolaire. Comme toutes les créations humaines, la bande dessinée a ses forces et ses faiblesses. Ces dernières originent des composantes même de la bande dessinée ou découlent de sa grande popularité.

4.1 La faiblesse de la bande dessinée relativement à ses composants

4.1.1 Polysémie de l'image

La bande dessinée allie le texte et l'image. Du coup, la bande dessinée comporte des inconvénients à partir de ses constituants. Une image, par exemple, est polysémique. Chaque lecteur lui donne une signification conforme à son expérience, à son vécu, à ses connaissances, à sa culture. Il n'apparaît pas exagéré de dire qu'il y a autant de significations qu'il y a de lecteurs.

Cette multiplicité de sens se trouve renforcée par le degré d'importance que lui accorde le lecteur. Le visuel, selon les propos de Béatrice Lessoil et de Raymond Lafontaine (1982: 21), discerne dans l'image une concrétisation du message. Un tel type de lecteur recourt à l'image pour contrôler dans le détail une explication. L'auditif (Lessoil et Lafontaine, 1982: 34), par contre, ne considère pas l'image comme un support nécessaire à l'accession à un plus grand degré de compréhension. Le message verbal est beaucoup plus significatif pour ce dernier type d'apprenant.

4.1.2 Polysémie du texte

Si une image livre involontairement plusieurs messages et si les lecteurs ne lui accordent pas la même importance, il est donc normal d'essayer de limiter l'ampleur d'une telle diversité. C'est là un des buts premiers de la présence du texte écrit dans la bande dessinée. Les espaces explicatifs et les ballons sont remplis de mots ou d'onomatopées par lesquels l'auteur livre des renseignements, dévoile des précisions et spécifie ainsi le sens à accorder à l'illustration. Il ne faut pas s'attendre, par contre, à l'établissement d'une seule signification de l'image qui accompagne le texte écrit. Raymond Lafontaine (in Lessoil et Lafontaine, 1982: 10) est formel à ce sujet en écrivant:

> Il ne faut pas oublier que sur le plan de la verbalisation ou du langage qui nous amène à la prise de conscience, il est de coutume de constater que le même mot utilisé par deux personnes ne veut jamais dire exactement la même chose. C'est un petit jeu au début de tout échange que de préciser ce que chacun entend par un mot ou une expression donnée, d'autant plus que pour l'auditif, le mot transmet une idée alors que pour le visuel, il se réfère à des événements vécus de sa vie.

En somme, les mots réduisent la polysémie tout en contribuant à sa survie parce qu'ils n'ont pas toujours le même sens pour tous les gens et qu'ils ne réfèrent pas, selon le type de lecteur, à la même source du savoir (idée ou vécu).

4.1.3 Polysémie de l'image et du texte renforcée par l'ignorance des conventions et techniques

Cette polysémie de l'image et du texte se trouve renforcée par l'ignorance des conventions et des techniques utilisées par le créateur de la bande dessinée. La lecture d'une bande dessinée ne se fait pas dans n'importe quel ordre. Les vignettes ou images sont habituellement disposées de manière à être lues par ligne, horizontalement, de gauche à droite. Parfois, les auteurs modernes observent un autre schéma. Ces créateurs encerclent, de vignettes d'importance secondaire, une vignette centrale. Dans les vignettes, les ballons occupent une position correspondant à leur degré d'importance. Une lecture significative d'une bande dessinée exige une connaissance minimale des conventions utilisées par le créateur. On oublie trop souvent de renseigner le lecteur à ce sujet, ce qui contribue à favoriser la polysémie de l'image.

4.1.4 Polysémie de l'image et du texte renforcée par la difficulté de lecture

À l'ignorance des conventions s'ajoute, comme source de renforcement de la polysémie, la difficulté rencontrée par les élèves de secondaire III à faire une lecture intelligente d'une phrase. Les élèves de secondaire III, des voies moyenne et faible, lisent d'une manière pénible. Ils sont pratiquement dans l'obligation de suivre le déroulement des mots lus avec le doigt tout en décomposant régulièrement les mots en syllabes. La découverte de la signification de la phrase, dans ce

contexte, devient une activité très difficile. On comprend le sens de la phrase, suite à deux ou trois lectures, car les mots sont des syllabes souvent mal reliées entre elles. D'ailleurs Richard Langlois (1980: 5) souligne, dans la revue des Livres et des Jeunes, cette réalité de la difficulté à lire. Il cite à ce propos, un article du journal The Gazette (10 novembre 1979) où l'on reconnaît qu'un Québécois sur deux ne peut lire un menu de restaurant. Le même auteur évoque une recherche de l'Université du Texas qui signale la présence de vingt-trois millions d'illettrés fonctionnels aux États-Unis.

4.1.5 Polysémie de l'image et du texte renforcée par la formation déficiente de l'enseignant et l'horaire détaillé prévu pour la programmation

Cette consolidation de la polysémie de l'image et du texte, par les conventions et la lecture difficile, se traduit par l'apparition de nombreuses divergences au niveau de la découverte du message véhiculé par la bande dessinée. Une manière de limiter l'ampleur de ces différences réside dans la discussion, en classe, de la signification à rattacher à l'image et à son texte. Une telle initiative exige toutefois du temps et un certain talent d'animateur de la part du professeur. Le temps, d'une part, est une denrée précieuse et rare au secondaire. Dans les nouveaux programmes de mathématique, on fixe en nombre de cours le temps à accorder à chaque objectif d'apprentissage. Quant au talent d'animateur, d'autre part, la formation reçue par les enseignants en place a négligé cette réalité. Nos enseignants ont été formés pour livrer la matière au lieu de la faire découvrir.

4.2 La faiblesse de la bande dessinée relativement à sa popularité

4.2.1 L'engouement

La polysémie de l'image est la première limite ou même la première faiblesse de la bande dessinée. La polysémie persiste en dépit des efforts déployés pour la réduire, car les moyens qui en résultent (texte, conventions, discussions) comportent chacun un degré d'imprécision. La seconde limite, elle, découle de sa grande popularité. À ce dernier plan, les chiffres sont révélateurs. Richard Langlois (1980: 3-4) écrit à ce propos:

> À travers le monde, plus de 250 millions de personnes lisent quotidiennement la bande de Charlie Brown publiée dans près de 2000 journaux - cette bande passait le cap de 1300 journaux en 1960. Les aventures de Tintin sont traduites en 28 langues, distribuées dans 32 pays et l'on compte actuellement plus de 60 millions d'albums vendus. N'oubliez pas qu'un album s'échange et se prête, ce qui amène un nombre incalculable de lecteur. Des films comme Superman et La guerre des étoiles ont prouvé comment des personnages de B.D. peuvent influencer les adultes autant que les enfants.

Ce vaste auditoire favorable à la bande dessinée peut devenir, en certaines occasions, une source d'inconvénients. En effet, des publicistes ou des pédagogues ont la possibilité de recourrir à la bande dessinée pour mousser la vente d'un produit ou pour faciliter l'étude d'une notion particulièrement rébarbative. On mise alors sur l'engouement au lieu d'exploiter les qualités d'un médium (exigeant seulement une lecture rapide ou favorisant le développement de l'esprit de synthèse). On recourt à la bande dessinée un peu comme le médecin d'autrefois pratiquait la saignée. Une bande dessinée quelconque peut faire vendre un produit ou favoriser l'apprentissage d'une notion. En général, le lecteur découvre vite si la bande dessinée est un apport attrayant et si elle est employée à des fins démagogiques

plutôt que pédagogiques. Le lecteur ajuste, relativement à son verdict, la concentration et l'effort nécessaires à la compréhension du message.

4.2.2 L'élaboration d'une bande dessinée spécifique et l'opposition du milieu: structure et enseignants

Cette dernière réaction du lecteur motive la nécessité d'élaborer une bande destinée à l'enseignement d'une notion dans une matière précise. Le pédagogue devra alors étudier les difficultés propres à l'apprentissage de cette notion et pourra les atténuer en exploitant les forces de la bande dessinée. Une telle étude des problèmes d'apprentissage et la création d'une bande dessinée requièrent du temps et supposent l'existence d'un travail d'équipe dans le milieu. Une analyse des diverses constatations des enseignants relativement à l'enseignement d'une notion, une revue des solutions proposées à ces problèmes par les auteurs de volumes scolaires ou les chercheurs publiant dans les périodiques spécialisés, l'élaboration du synopsis, la création des dessins et le renouvellement de l'approche qui s'en suit, voilà autant d'activités qui reposent sur l'entraide, la discussion franche ou le travail en équipe. Le monde de l'enseignement au secondaire ne favorise pas ce type d'activités chez les enseignants. En premier lieu il est très difficile pour les professeurs de se rencontrer pendant la journée de travail. L'élaboration des horaires et le nombre de périodes prévues pour l'enseignement ou la surveillance s'y opposent. Comment peut-on discuter avec son collègue lorsqu'on dispose de trois périodes de cinquante minutes par six jours? En deuxième lieu, le monde de l'enseignement au secondaire est un milieu instable dans le personnel et la programmation. Au cours des dernières années, le premier critère d'affectation était l'ancienneté. Les anciens, suite à des expériences diverses, changèrent souvent de postes et déplacèrent les plus jeunes. Une mobilité des enseignants

s'installa à chaque année. Avec la dernière convention, ce problème s'atténua. Par contre, la mise en disponibilité plane au-dessus de plusieurs têtes. S'ajoute à cette situation, la mise en place d'une nouvelle programmation souvent introduite avec les moyens du bord. On sensibilise les enseignants aux exigences de la nouvelle programmation d'une manière furtive, avec des palliatifs du type cours du soir accélérés. Du contenu d'un livre scolaire, on fait le programme officiel; et la méthode proposée devient automatiquement celle reconnue par les autorités. Dans un tel contexte, il est difficile de penser au travail en équipe, à la remise en question du professeur et de son intervention en classe, aux différentes expérimentations qui doivent précéder la création de la bande dessinée.

En plus de la structure prévalant dans le milieu scolaire au niveau secondaire, l'attitude des enseignants face à l'enseignement de la mathématique ne facilite pas l'élaboration d'une bande dessinée spécifique. Dans nos polyvalentes, en effet, une certaine conception de l'enseignement de la mathématique prévaut. Les cours de mathématique se résument souvent à la présentation d'une théorie, à l'apprentissage d'algorithmes et à leurs applications serviles dans des problèmes. La bande dessinée, à ce niveau, heurte la mentalité et du professeur et de l'élève. Travailler la mathématique avec des dessins, rapprocher cette science du vécu de l'élève, présenter des personnages en action qui cherchent, qui s'interrogent sans toujours solutionner au premier essai, faire discuter les étudiants autour d'une image, montrer l'origine des algorithmes... voilà autant d'activités discutables pour quantité d'enseignants en fonction.

4.3 La faiblesse de la bande dessinée relativement à son impopularité

La grande popularité de la bande dessinée ne nous permet pas de conclure à son universalité. En effet, les chiffres cités précédemment montrent que si un

grand nombre de gens l'apprécient, un nombre plus important ne la connaissent pas ou ne l'aiment pas tout simplement. La bande dessinée ne rejoint pas toute la clientèle avec la même intensité. Il ne faut donc pas miser uniquement sur elle, comme approche pédagogique. À ce titre, elle apparaît comme un moyen didactique au même titre que les moyens audio-visuels... La bande dessinée est un outil capable de nous aider à motiver, à intéresser une clientèle jusque-là négligée ou simplement effleurée par nos outils pédagogiques habituels.

4.4 La faiblesse de la bande dessinée relativement au raisonnement déductif

Si la bande dessinée se caractérise négativement par sa polysémie et sa popularité, elle comporte aussi une faiblesse face à un objectif de l'enseignement de la mathématique. Par ses nombreuses images et les histoires que ces dernières développent, la bande dessinée excelle au niveau de la sollicitation du raisonnement inductif. Non seulement le lecteur se fait une idée à partir de l'observation et de l'analyse des différentes vignettes pour en arriver à une conclusion générale, mais il découvre aussi des personnages qui raisonnent souvent de cette façon. Quant à la mise en place du raisonnement déductif, la bande dessinée semble assez limitée. S'il fallait illustrer tout le cheminement intellectuel qui accompagne l'analyse des faits, la découverte des faits significatifs et les prémisses qu'ils sous-tendent, leur enchaînement et les expérimentations que cet enchaînement suppose, tout un album serait nécessaire pour chaque raisonnement. Au plan du raisonnement déductif, il apparaît que la bande dessinée se contente davantage d'un rôle incitatif. Elle y arrive en présentant des personnages qui raisonnent d'une manière déductive ou encore en insistant sur les conclusions douteuses élaborées par les personnes qui raisonnent uniquement d'une manière inductive. Une autre incitation possible se situe aux niveaux des exercices accompagnant une bande dessinée

didactique. Le lecteur peut être convié à placer les vignettes dans le bon ordre de manière à respecter le mieux possible le scénario de base.

La limite de la bande dessinée relativement au développement du raisonnement déductif s'ajoute à la polysémie et à la popularité. La polysémie dépend, avant tout, de la présence de l'image. De nombreuses tentatives réussissent à réduire ce niveau de polysémie tout en contribuant à le perpétuer. Le texte, qui veut préciser la signification de l'image, peut aussi favoriser l'accroissement de l'ambiguïté si des sens différents sont attachés à un même mot par les lecteurs. Quant aux conventions régissant la disposition des éléments d'une vignette et des vignettes elles-mêmes, le lecteur moyen les connaît mal. La lecture pénible des étudiants de secondaire III et la formation déficiente du professeur en animation sont d'autres causes qui s'ajoutent à celle du facteur temps pour limiter l'effet bénéfique d'une discussion en classe sur la bande dessinée. En ce qui concerne la popularité, elle se veut avant tout une incitation à miser sur l'engouement plutôt que sur les qualités de la bande dessinée. Pour éviter ce piège de la facilité, la création d'une bande dessinée s'impose. Toutefois, la structure actuelle du monde de l'enseignement, les nombreux changements de programmation et d'affectation qui s'annoncent et une certaine philosophie de l'enseignement de la mathématique sont autant d'éléments qui rendent le travail en équipe et l'évaluation personnelle pratiquement impossibles. Cette popularité souligne également le grand nombre de personnes qui réagissent froidement à la bande dessinée. Ces limites font de la bande dessinée un moyen didactique parmi d'autres moyens didactiques que sont la fiche, le matériel audio-visuel...

4.5 Les faiblesses de la bande dessinée en comparaison avec d'autres médias

Les faiblesses de la bande dessinée ont été étudiées sans aucun souci de comparaison avec les caractéristiques propres à d'autres matériels didactiques. Par contre, si nous situons la bande dessinée relativement à d'autres matériels didactiques, les limites perdent en général de leur ampleur ou se transforment même en actifs. La polysémie de la bande dessinée, rattachée à la présence de l'image et du texte, ne favorise pas autant la multiplication des messages compris que le suggérait notre travail antérieurement. Le texte écrit, à lui seul, par exemple évoque des significations multiples pour un même message. Les lecteurs sont confinés aux seules ressources de leur imagination et de leur vécu pour interpréter les messages reçus. Or, il nous arrive régulièrement de constater qu'une même expérience est interprétée de façon différente de la part de chaque individu. Quant à l'imagination, elle n'établit pas les mêmes liens d'un individu à l'autre et n'a pas la même fertilité.

Le texte illustré, comparativement au texte écrit, constitue une amélioration au plan de l'objectivité car, l'image précise le message livré par le texte. Cependant, comme chaque image correspond assez souvent à une page de texte, le danger de varier l'interprétation est toujours présent. Dans la bande dessinée, cette variation dans l'interprétation du message est réduite. Chaque image est accompagnée d'un texte explicatif ou agrémentée des conversations entre personnages, les deux d'une longueur réduite, qui en précisent le sens.

Quant au schéma, le degré de correspondance entre le message livré et le message compris est similaire à celui de la bande dessinée. Les deux médias présentent clairement les démarches à suivre pour atteindre les résultats voulus.

Le schéma y arrive même en réduisant le nombre d'images au minimum. Toutefois, le schéma est froid, fixe, sans vie. La bande dessinée, elle, ajoute de l'action, du dynamisme. Les personnages pensent, décident et agissent comme les humains.

Face au texte écrit, au texte illustré ou au schéma, la bande dessinée occupe une position privilégiée. La bande dessinée est au texte ce que le théâtre est à la littérature. La bande dessinée traduit d'une manière active un texte, en délimite le sens un peu comme le jeu des acteurs, des décors, et les échanges entre les personnages rendent la pensée de l'auteur, tout en orientant la compréhension de l'auditeur.

CHAPITRE V

OBJECTIFS ET HYPOTHÈSES

La polysémie, l'effort exigé du créateur et du milieu, l'approche principalement inductive de la bande dessinée n'empêchent pas celle-ci d'avoir sa place dans un cours de mathématique. Ces inconvénients, relativement à ceux des autres matériels didactiques, se transforment souvent en avantages. De plus, la bande dessinée possèdent de nombreux acquis qui militent en sa faveur. Elle favorise l'atteinte des objectifs fixés pour l'apprentissage de la mathématique, tout en respectant, par l'actualisation de principes didactiques, une certaine conception de l'apprentissage humain. Elle contribue également à développer un mode de pensée favorable à l'étude de la mathématique. Enfin, elle permet de suivre une démarche épistémologique et d'anticiper les progrès futurs de la mathématique.

Cette reconnaissance de la bande dessinée, en tant que matériel didactique, rend possible la délimitation de son influence dans l'acquisition d'un savoir mathématique. Pour préciser cette influence de la bande dessinée, nous fixons à notre travail deux objectifs. D'une part, nous voulons démontrer que dans un enseignement de la mathématique basé sur l'utilisation de la fiche, l'étudiant atteint un plus haut degré de compréhension lorsque la fiche comporte une bande dessinée (voir l'hypothèse 1). D'autre part, nous désirons identifier les facteurs à l'origine de l'efficacité de ce type d'enseignement (voir hypothèses 2 et 3).

En fonction de ces objectifs, nous formulons les hypothèses suivantes:

1) Les classes qui utilisent la fiche avec une bande dessinée obtiennent de meilleures notes, pour un test de connaissances et d'habiletés, que les classes qui emploient la fiche sans bande dessinée.

2) Le taux de réussite à des questions portant sur l'information verbale et les habiletés intellectuelles (concept concret, concept défini, principes, résolutions de problèmes) sera significativement supérieur chez les groupes ayant utilisé la bande dessinée comparativement à ceux qui n'ont eu accès qu'à l'enseignement par fiches.

3) La bande dessinée favorise davantage les élèves dont le profil d'apprentissage se caractérise par les éléments suivants: visuel, inductif, travailleur groupal réactionnel ou travailleur individuel.

CHAPITRE VI

MÉTHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

6.1 Échantillon

Quatre groupes scolaires du secondaire III ont participé à cette recherche. Deux de ces groupes sont de voie moyenne (rythme 2) en mathématique. Les deux autres se rattachent à la voie enrichie (rythme 3). En rythme 2, nous retrouvons les étudiants ayant obtenu la stanine 4, 5 ou 6 suite à la passation de trois tests: examen d'habileté mentale Chéné Daigle, test d'intelligence Logique 7, examen Otis-Ottawa d'habileté mentale (examen intermédiaire). L'obtention d'une stanine 7, 8 ou 9 (aux mêmes tests) constitue l'élément majeur de la classification en rythme 3. Tous les étudiants de ces 4 groupes fréquentaient l'école secondaire Bernard-Gariépy de Tracy lors de notre expérimentation (mai 1983). Nous avons retenu 97 sujets (51 de la voie moyenne et 46 de la voie enrichie). De ces étudiants, 56 sont des filles.

6.2 Instruments

Les instruments utilisés sont de deux types: instruments de recherche et instruments de mesure et évaluation. Dans les instruments de recherche figurent deux fiches. Elles présentent les mêmes notions, mais avec une approche différente. Une fiche comporte une bande dessinée (voir annexe A: fiche avec

bande dessinée) tandis que l'autre en est privée (voir annexe B: fiche sans bande dessinée).

Dans les instruments de mesure et évaluation, nous retrouvons deux séries d'épreuves de rendement scolaire et un test destiné à l'établissement des caractéristiques du profil d'apprentissage (voir annexe C: instruments de mesure et évaluation). Ce dernier test est de Lamontagne et Lamy (1982) alors que les séries d'épreuves résultent d'un travail personnel.

La première série d'épreuves de rendement scolaire comporte 30 questions et est destinée aux deux rythmes d'apprentissage. Ce questionnement sert de pré-test car il cherche à mesurer le degré de connaissance que les élèves ont de la matière avant de travailler avec les fiches. Le tableau ci-dessous nous renseigne sur le type de questions posées.

Tableau 1

Le type des questions du pré-test

QUESTIONS DU PRÉ-TEST	
TYPE DE QUESTIONS	NOMBRE DE QUESTIONS
Questions à choix multiples - Une seule réponse par question	18
Questions à choix multiples - Plus d'une réponse par question	5
Questions à réponses brèves	5
Questions à réponses développées	2

La seconde série d'épreuves de rendement scolaire se distingue par l'existence d'une version destinée à chaque rythme d'apprentissage et un plus grand nombre de questions. L'étudiant de rythme 2 a 59 réponses à formuler tandis que celui de rythme 3 en a 66. Le nombre élevé de questions, à l'origine de ces réponses, s'explique par le rôle réservé à cette deuxième série d'épreuves. Elle doit permettre de mesurer le degré d'acquisition des diverses capacités. Dans le but d'établir une comparaison entre les acquisitions des étudiants de rythme 3 et de ceux de rythme 2, nous avons conservé un noyau de 28 questions communes aux deux rythmes d'apprentissage. Les tableaux suivants apportent des renseignements supplémentaires sur le type de questions et les capacités visées. Les deux premiers portent sur le genre et le nombre de questions consacrées à chaque capacité. Le troisième tableau identifie la capacité visée par chacune des questions des deux post-tests.

À ces deux séries d'épreuves de type questionnaire s'ajoute comme instrument de mesure et évaluation, le test LAM - 3 - ON (Lamontagne et Lamy, 1982). Il se compose de 8 tests destinés à fournir des renseignements sur les caractéristiques du profil d'apprentissage de chaque sujet participant à l'expérimentation.

Tableau 2

Le genre et le nombre de questions consacrées

à chaque capacité dans le post-test de rythme 3

CAPACITÉS	TYPE DE QUESTIONS					
	QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (1 SEULE BONNE RÉPONSE PAR QUESTION)	QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (PLUS D'UNE BONNE RÉPONSE PAR QUESTION)	QUESTIONS À RÉARRANGEMENT	QUESTIONS À RÉPONSES BRÈVES	QUESTIONS À RÉPONSES ÉLABORÉES	TOTAL POUR CHAQUE CAPACITÉ
INFORMATION VERBALE	16	0	5	1	0	22
NOM	8	0	0	1	0	9
FAITS	8	0	0	0	0	8
ORGANISATION DE FAITS	0	0	5	0	0	5
HABILETÉS INTELLECTUELLES	15	15	0	10	4	44
CONCEPT CONCRET	9	10	0	0	0	19
CONCEPT DÉFINI	1	0	0	10	0	11
PRINCIPES	5	2	0	0	0	7
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES	0	3	0	0	4	7
TOTAL POUR CHAQUE TYPE DE QUESTIONS	31	15	5	11	4	

Tableau 3

Le genre et le nombre de questions consacrées

à chaque capacité dans le post-test de rythme 2

CAPACITÉS	TYPE DE QUESTIONS: QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (1 SEULE BONNE RÉPONSE PAR QUESTION)	QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES (PLUS D'UNE BONNE RÉPONSE PAR QUESTION)	QUESTIONS À RÉARRANGEMENT	QUESTIONS À RÉPONSES BRÈVES	QUESTIONS À RÉPONSES ÉLABORÉES	TOTAL POUR CHAQUE CAPACITÉ
INFORMATION VERBALE	16	1	4	5	0	26
NOM	8	0	0	5	0	13
FAITS	8	1	0	0	0	9
ORGANISATION DE FAITS	0	0	4	0	0	4
HABILETÉS INTELLECTUELLES	12	14	0	4	3	33
CONCEPT CONCRET	8	10	0	0	0	18
CONCEPT DÉFINI	0	0	0	4	0	4
PRINCIPES	4	2	0	0	0	6
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES	0	2	0	0	3	5
TOTAL POUR CHAQUE TYPE DE QUESTIONS	28	15	4	9	3	

Tableau 4

La capacité visée par chaque question des posts-tests des rythmes 3 et 2

<u>LÉGENDE:</u> I.V. (N): Information verbale: Nom
I.V. (F): Information verbale: Fait
I.V. (F.O.): Information verbale: Fait organisé
H.I. (C.C.): Habileté intellectuelle: concept concret
H.I. (C.D.): Habileté intellectuelle: concept défini
H.I. (P.): Habileté intellectuelle: principe
H.I. (R.P.): Habileté intellectuelle: résolution de problèmes

POST-TEST 330

NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ
1	I.V.(N)	14	I.V.(F)	23	H.I.(P)	33	H.I.(C.C.)	46	H.I.(C.D.)
2	I.V.(N)	15	I.V.(F)	24	H.I.(P)	34	H.I.(C.C.)	47	H.I.(C.D.)
3	I.V.(N)	16	I.V.(F)	25	H.I.(P)	35	H.I.(P)	48	H.I.(C.D.)
4	I.V.(N)	17	H.I.(C.C.)	26	H.I.(P)	36	H.I.(P)	49	H.I.(C.D.)
5	I.V.(N)	18	H.I.(C.C.)	27	H.I.(P)	37	H.I.(R.P.)	50	H.I.(C.D.)
6	I.V.(N)	19	H.I.(C.C.)	28	H.I.(C.C.)	38	H.I.(R.P.)	51	H.I.(C.D.)
7	I.V.(N)	20	H.I.(C.C.)	29	H.I.(C.C.)	39	H.I.(R.P.)	52.1	H.I.(C.D.)
8	I.V.(N)	21.1	H.I.(C.C.)	30	H.I.(C.C.)	40	I.V.(F.O.)	52.2	H.I.(C.D.)
9	I.V.(F)	21.2	H.I.(C.C.)	31	H.I.(C.C.)	41	I.V.(F.O.)	52.3	H.I.(C.D.)
10	I.V.(F)	21.3	H.I.(C.C.)	32.1	H.I.(C.C.)	42	I.V.(F.O.)	52.4	H.I.(C.D.)
11	I.V.(F)	21.4	H.I.(C.C.)	32.2	H.I.(C.C.)	43	I.V.(F.O.)	53	H.I.(R.P.)
12	I.V.(F)	21.5	H.I.(C.C.)	32.3	H.I.(C.C.)	44	I.V.(F.O.)	54	H.I.(R.P.)
13	I.V.(F)	22	H.I.(C.D.)	32.4	H.I.(C.C.)	45	I.V.(N)	55.1	H.I.(R.P.)
								55.2	H.I.(R.P.)

POST-TEST 320

NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ	NUMÉRO DE LA QUESTION	CAPACITÉ
1	L.V.(N)	15	L.V.(F)	25	H.I.(C.C.)	36	H.I.(R.P.)	47	H.I.(R.P.)
2	L.V.(N)	16	L.V.(F)	26	H.I.(C.C.)	37	L.V.(F.O.)	48	H.I.(R.P.)
3	L.V.(N)	17	H.I.(P)	27	H.I.(C.C.)	38	L.V.(F.O.)	49	H.I.(R.P.)
4	L.V.(N)	18	H.I.(C.C.)	28	H.I.(C.C.)	39	L.V.(F.O.)		
5	L.V.(N)	19	H.I.(C.C.)	29.1	H.I.(C.C.)	40	L.V.(F.O.)		
6	L.V.(N)	20	H.I.(C.C.)	29.2	H.I.(C.C.)	41.1	L.V.(N)		
7	L.V.(N)	21.1	H.I.(C.C.)	29.3	H.I.(C.C.)	41.2	L.V.(N)		
8	L.V.(N)	21.2	H.I.(C.C.)	29.4	H.I.(C.C.)	41.3	L.V.(N)		
9	L.V.(F)	21.3	H.I.(C.C.)	30	H.I.(C.C.)	41.4	L.V.(N)		
10	L.V.(F)	21.4	H.I.(C.C.)	31	H.I.(C.C.)	42	L.V.(N)		
11	L.V.(F)	21.5	H.I.(C.C.)	32	H.I.(P)	43	H.I.(C.D.)		
12	L.V.(F)	22	H.I.(P)	33	H.I.(P)	44	H.I.(C.D.)		
13	L.V.(F)	23	H.I.(P)	34	L.V.(F)	45	H.I.(C.D.)		
14	L.V.(F)	24	H.I.(P)	35	H.I.(R.P.)	46	H.I.(C.D.)		

6.3 Procédure

La stratégie expérimentale repose sur l'utilisation d'un protocole quasi-expérimental symbolisé de la façon suivante

Groupes de rythme 3	Groupes de rythme 2
G1: $O_1 \times O_2$	G3: $O_5 \times O_6$
G2: $O_3 \quad O_4$	G4: $O_7 \quad O_8$

Ces quatre groupes naturels non-équivalents de secondaire III ont respecté, selon leur voie d'apprentissage, l'un des calendriers d'activités donnés ci-dessous.

Tableau 5

Calendrier d'activités pour le rythme 3

Journée	Groupe avec bande dessinée	Groupe sans bande dessinée
1	Pré-test Bien lire et comprendre les pages 1 à 7 du document Répondre aux questions des pages 7 et 8	Pré-test Bien lire et comprendre les pages 1 à 8 du document Répondre aux questions des pages 7 et 8
2	Correction du travail de la 1re journée Présentation des conventions sur la lecture de la bande dessinée Bien lire, comprendre et compléter: Sections I - II	Correction du travail de la 1re journée Répondre aux questions pp. 8.1-8.2-8.3-8.4 Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.5 à 8.20 (arrêter à c)
3	Correction du travail de la 2e journée Bien lire, comprendre et compléter: Sections III - IV	Correction du travail de la 2e journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.20 à 8.33 (arrêter à c)
4	Correction du travail de la 3e journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 9-10-11-12-13-14-(arrêter à e)	Correction du travail de la 3e journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.33 à 8.40 et 9.1 à 9.4 (arrêter à e)
5	Correction du travail de la 4e journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 14-15-16-17-18-19-20-21 p. 22 nos e.2.4 (.1-.2-.3-.4-.5-.6)	Correction du travail de la 4e journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 9.4-9.5-9.6-9.7-9.8 p. 9.9 nos e.2.3.12 (.1 à .12) e.2.4 (.1-.2-.3-.4-.5-.6)
6	Correction du travail de la 5e journée Bien compléter: p. 22 nos 2.2.4 (.3 à .7) p. 23	Correction du travail de la 5e journée Bien compléter: p. 9.9 nos e.2.4 (.3 à .7) p. 9.10-9.11
7	Première partie du post-test	Première partie du post-test
8	Deuxième partie du post-test	Deuxième partie du post-test

Tableau 6

Calendrier d'activités pour le rythme 2

Journée	Groupe avec bande dessinée	Groupe sans bande dessinée
1	Pré-test Bien lire et comprendre les pages 1 à 7 du document Répondre aux questions des pages 7 et 8	Pré-test Bien lire et comprendre les pages 1 à 8 du document Répondre aux questions des pages 7 et 8
2	Correction du travail de la 1re journée Présentation des conventions sur la lecture de la bande dessinée Bien lire, comprendre et compléter: Section I Lire la 2^{e} section	Correction du travail de la 1re journée Répondre aux questions pp. 8.1-8.2-8.3-8.4 Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.5 à 8.12 (arrêter à b.2)
3	Correction du travail de la 2^{e} journée Relire la 2^{e} section et la compléter Lire la 3^{e} section	Correction du travail de la 2^{e} journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.12 à 8.22 (en haut)
4	Correction du travail de la 3^{e} journée Relire la 3^{e} section et la compléter Lire la 4^{e} section	Correction du travail de la 3^{e} journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.22 à 8.33 (arrêter à c.4)
5	Correction du travail de la 4^{e} journée Relire la 4^{e} section et la compléter Bien lire et comprendre: pp. 9-10-11-12	Correction du travail de la 4^{e} journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 8.33 (c.4) à 9.1
6	Correction du travail de la 5^{e} journée Relire les pages 9-10-11-12 Compléter: pp. 13-14 (arrêter à e)	Correction du travail de la 5^{e} journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 9.1 à 9.4 (arrêter à e)
7	Correction du travail de la 6^{e} journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 14-15-16-17-18-19-20 p. 21 (arrêter à e.2.3.12)	Correction du travail de la 6^{e} journée Bien lire, comprendre et compléter: pp. 9.4-9.5-9.6-9.7-9.8
8	Correction du travail de la 7^{e} journée Bien compléter: p. 21 no e.2.3.12 pp. 22 nos e.2.3.12 (.11-.12) e.2.4 (.1-.2-.3-.4-.5) lire le bas 23 nos e.2.5 (.1 à .8)	Correction du travail de la 7^{e} journée Bien lire et compléter: pp. 9.9 (exceptés les nos e.2.4.6-e.2.4.7) 9.10 9.11 (sauf e.2.6)
9	Première partie du post-test	Première partie du post-test
10	Deuxième partie du post-test	Deuxième partie du post-test

Cette manière de procéder à l'aide de deux documents (un avec bande dessinée et l'autre sans bande dessinée) nous assure le contrôle de la variable indépendante, c'est-à-dire l'utilisation de la bande dessinée pour l'enseignement de la mathématique. Quant aux professeurs des classes choisies, ils travaillent ensemble depuis 10 ans. Ils sont donc habitués de s'entendre sur la programmation, d'échanger sur les approches à suivre ou encore sur le matériel à utiliser. Le nombre réduit de classes d'un même rythme à un même niveau (3 classes de rythme 3, par exemple) nous obligea à participer à l'expérience. Cependant, le matériel didactique et l'habitude de travailler avec l'autre professeur participant réduisirent certainement les effets de notre intervention. Le contrôle des variables telles le sexe, le quotient intellectuel, l'âge des sujets et l'homogénéité des classes dépendrait de la procédure suivie pour la composition des groupes au niveau de la Commission scolaire régionale Carignan.

CHAPITRE VII

MÉTHODOLOGIE DE LA CONSTRUCTION DE LA BANDE DESSINÉE DIDACTIQUE

Lors de l'expérimentation, les professeurs et les étudiants mirent à l'essai des instruments de mesure et d'évaluation ainsi que des instruments de recherches. Dans ce dernier groupe figure, comme nous l'avons spécifié précédemment, une fiche comportant une bande dessinée. Le rôle important dévolu à cette fiche, dans notre recherche, nous amène à préciser les diverses étapes qui ont conduit à sa création.

7.1 Identification du sujet à traiter

Avant de se lancer dans la production d'esquisses, il convient d'établir le sujet à traiter. Dans bon nombre de cas, surtout dans le monde de l'enseignement, nous obtenons ce sujet en observant le matériel utilisé et les réactions des élèves à ce matériel. En d'autres mots, les situations problématiques deviennent souvent les sources d'inspirations des transformations. Dans notre cas, nous désirons traiter de l'axiomatique pour deux raisons. D'une part, les élèves ne saisissent pas, par l'approche traditionnelle, la signification de la mathématique axiomatisée. D'autre part, les élèves n'arrivent pas à percevoir les avantages d'une telle mathématique. Cette dernière apparaît normalement comme un enchaînement de propositions interdépendantes, se déduisant les unes des autres. De plus, les structures développées servent de point unificateur pour diverses théories.

7.2 La capacité du sujet à engendrer des images

Le sujet établi, il faut s'interroger sur la capacité de ce dernier à être développé par des images. L'axiomatique, à ce point de vue, ne présente pas d'avantage marqué. C'est un sujet abstrait et très spécialisé. Dans le but de surmonter cette première difficulté, nous avons abordé l'axiomatique sous un autre angle. Son utilité dans le développement et la précision d'une notion mathématique attira davantage notre attention. Nous avons formulé l'hypothèse suivante: la valeur du nombre π s'est précisée au fur et à mesure que la mathématique s'axiomatisait. Cette supposition présentait un attrait remarquable au plan de l'illustration. Elle permettait de nous référer à l'évolution historique du calcul de π et d'accéder à un nombre incalculable de situations potentiellement favorables à la représentation par l'image.

7.3 Cueillette de renseignements sur le sujet dans le but de vérifier l'hypothèse

La vérification de la justesse de notre hypothèse exigeait une cueillette de renseignements sur l'axiomatique et le calcul de π. Au niveau de l'axiomatique, nous avons découvert qu'il avait d'abord existé une axiomatique basée sur l'expérimentation (géométrie d'Euclide). C'est Hilbert qui a libéré l'axiomatique de l'influence de la nature intuitive des objets afin de la formaliser. Relativement au calcul de π, la lecture de la démarche des Babyloniens, des Égyptiens, des Grecs et de leurs successeurs plus modernes, nous révéla la justesse de notre hypothèse. La valeur de π se précisait au fur et à mesure que la méthode de calcul s'éloignait de l'expérimentation au profit du raisonnement logique et déductif. À ce stade de notre travail, nous avons comparé le processus de calcul des Babyloniens, des

Égyptiens et des Grecs aux caractéristiques susceptibles de révéler, dans chacune de ces civilisations, l'état de la mathématique comme science.

7.4 Le scénario général

Notre façon d'aborder l'axiomatique apparaissant à la fois juste et originale, il nous fallait trouver un prétexte justifiant l'étude des différentes méthodes du calcul de π employées dans l'histoire de l'humanité. Nous avons donc situé notre histoire chez un peuple primitif, les Gaulois, à qui il manquait de l'huile de roche et qui désirait construire des boucliers ronds. Le recours à un manque d'huile de roche nous permettait d'exploiter un problème typique à notre époque: la crise de l'énergie. De plus les Gaulois, se lançant à la recherche de cette huile dans les pays du Moyen-Orient, nous fournissaient l'occasion d'étudier les découvertes relatives à π par les Babyloniens, les Égyptiens,... Quant à la construction des boucliers ronds, c'était l'argument qui permettait de nous occuper plus précisément du calcul de π . En somme, notre cheminement respectait les critères observés par les spécialistes de la bande dessinée: un sujet qui se relate en images, qui s'inspire d'un fait sensé ou réel et qui aura une fin.

7.5 Réflexion sur la mathématique, la pensée mathématique et les principes didactiques

Avant de procéder au découpage du scénario, nous avons réfléchi sur la mathématique, la pensée mathématique et les principes didactiques guidant notre activité. Il était important d'établir les grands traits de la perception de la mathématique à notre époque, de clarifier les caractéristiques de l'activité mathématique à susciter chez l'apprenant et de préciser les principes propices à l'apparition de cette pensée mathématique chez l'apprenant.

7.5.1 La conception de la mathématique

Au chapitre IV de ce travail, nous avons présenté une conception de la mathématique. Elle est simultanément une science unificatrice, dynamique et appliquée. Notre bande dessinée respecte bien cette conception à trois volets. Au plan de l'unification du savoir, notre document fait appel à différentes sciences et à plusieurs concepts pour favoriser la compréhension de la mathématique axiomatisée. Par exemple, nous étudions certaines techniques de calculs utilisées par les peuples de l'antiquité (arithmétique), nous examinons diverses méthodes pour solutionner des équations (algèbre), nous abordons l'étude des polygones et certaines lignes particulières du triangle (géométrie) tout en précisant sur une carte l'endroit (géographie) où se déroule l'action et les personnages qui y sont intervenus (histoire). Nous présentons également les notions de périmètre, de circonférence, d'aire, de triangle rectangle, d'hypoténuse, de polygônes réguliers inscrits, circonscrits,...

En ce qui concerne l'aspect dynamique de la mathématique, notre document en tient également compte. Les trois Gaulois, en voyageant d'une civilisation à l'autre, remarquent que le savoir mathématique se précise constamment et devient de plus en plus déductif. Dans la quatrième section de la bande dessinée, Astérix, Obélix et le Druide constatent que la mathématique n'est pas une science immuable, stable. Le devin, en effet, annonce certains développements que l'axiomatique connaîtra dans le futur.

Quant aux applications, la mathématique présentée dans la bande dessinée s'en montre soucieuse. Le partage et la délimitation des terrains, le calcul des impôts, le calcul du périmètre et de l'aire d'un terrain, la détermination de la longueur du contour d'un bouclier rond en sont autant de preuves.

7.5.2 La pensée mathématique

D'une manière semblable à la mathématique, nous avons établi notre perception de la pensée mathématique au chapitre IV du présent travail. En peu de mots, disons que la pensée mathématique est une activité qui permet à l'homme de mieux comprendre le réel, car elle l'amène à schématiser le réel, à en faire des modèles plus précis. Cette amélioration de la compréhension repose sur un développement et sur un contrôle accentué des facultés intellectuelles. Dans ces dernières, l'abstraction occupe un rang de choix. La représentation symbolique du réel à l'aide de variables, de signes d'opérations, de relations... le prouve bien. L'intuition, le raisonnement inductif, le raisonnement déductif et sa rigueur sont d'autres facultés intellectuelles nécessaires au travail en mathématique. Soulignons enfin qu'un bon raisonnement demande du jugement, exige de l'imagination et une bonne capacité de concentration.

Notre bande dessinée véhicule non seulement cette conception de la pensée mathématique, mais elle cherche aussi à améliorer la maîtrise des facultés intellectuelles. Dans notre document, on constate que le peuple qui a établi la meilleure valeur de π est celui qui est le plus évolué. Ce peuple a construit le phare de l'île de Pharos pour guider les navires, il s'est doté d'un milieu propice à la recherche et à la réflexion (l'université), il cherche davantage à expliquer et à justifier. L'axiomatique d'Euclide se veut un autre exemple d'une meilleure compréhension du réel. Cette axiomatique expérimentale n'est qu'une abstraction et un perfectionnement de divers objets concrets de notre monde quotidien.

En ce qui touche la maîtrise des facultés intellectuelles, notre bande dessinée les sollicite ou en fournit des modèles d'emploi. L'abstraction, à ce titre, occupe

une place de choix. L'étude de surfaces planes et non planes, le rapprochement avec un mur, l'intersection de deux murs permettent de dégager les notions de plan et de ligne droite. Les concepts de périmètre, de surface et d'aire sont élaborés suite à l'étude de la forme de certains terrains ou de certains monuments. Ces concepts sont aussi présentés à l'aide d'exemples pratiques: la surface c'est le terrain sur lequel se déplacent les sangliers dans leurs emplacements, l'aire c'est la mesure de ce terrain, et le périmètre c'est la longueur de la clôture délimitant l'emplacement.

L'intuition, pour sa part, est sollicitée à plusieurs endroits. Lorsque les aventuriers gaulois arrivent au bord de l'Euphrate, ils constatent la présence d'embarcations circulaires. Il nous est donc permis de penser qu'ils y recevront plusieurs informations sur le calcul de π . Un phénomène semblable se produit lors de l'étude du plan. Obélix et le druide assistent alors à une déformation de E.T. (personnage du film: "The Extra-terrestrial"). Cette déformation, chacun des personnages la décrit d'une manière différente. La variation des angles de vision permet de découvrir les caractéristiques du plan.

Le raisonnement inductif est aussi sollicité. Dans la section IV, E.T. présente la caractéristique d'une surface plane à l'aide d'une règle et de sa relation avec différentes surfaces. À la suite de l'examen de différentes relations existant entre la règle et les surfaces, on déduit la notion de plan. D'autres personnages, par contre, raisonnent d'une manière inductive. Le grand-prêtre babylonien et l'architecte égyptien, suite à des observations multiples, établissent une valeur pour le rapport C/D (rapport circonférence sur diamètre). Cependant, ces deux personnages sont incapables de prouver la justesse de leur résultat. De plus, les deux reconnaissent qu'ils appliquent des solutions sans pouvoir les justifier.

Le raisonnement déductif et sa rigueur, par contre, sont seulement illustrés à l'aide de la démarche de certains personnages. Archimède excelle à travailler d'une manière déductive. Chacune de ses affirmations est soigneusement confirmée par une autre déjà prouvée ou acceptée. On le voit également à l'oeuvre, étudiant toutes les facettes d'un problème dans le but de le traiter de la manière la plus complète possible. Le druide et Astérix sont aussi d'autres personnages qui travaillent logiquement.

En ce qui concerne l'imagination, le jugement et la concentration, le druide maîtrise d'une manière parfaite ces facultés. Dans la 3e section de la bande dessinée, le druide demande à Archimède de préciser le sens des mots employés ou encore lui souligne le fait d'avoir négligé le rapport C/D. À chacune de ces occasions, le druide fait preuve de jugement. Il recherche la compréhension, alors il s'assure de maîtriser chacun des mots employés par Archimède ou lui indique qu'il s'éloigne de son sujet. Quant à l'imagination, le druide en fait preuve lorsqu'il représente un polygone régulier par un emplacement carré de sangliers. Quant à la concentration, le druide pose constamment des questions pertinentes à Archimède ou encore, formule des hypothèses qui obligent Archimède ou Euclide à préciser ou à nuancer leurs propos.

<u>7.5.3 Les principes didactiques</u>

En plus de cerner davantage notre conception de la mathématique et de la pensée, nous avons précisé les principes didactiques capables de guider notre travail. Ces derniers principes sont importants à identifier, car ils traduisent une certaine conception de l'apprentissage humain. Le principe génétique, par exemple, révèle ce souci de présenter la mathématique comme une science

résultant du besoin que ressent l'homme, besoin d'expliquer et de contrôler une situation problématique. Si la solution apportée résulte de tâtonnements, de multiples observations, alors on utilise le principe d'humanisation de la mathématique. Quant à celui qui cherche à comprendre, si on se soucie de l'importance de son activité au niveau de son apprentissage, alors on tient compte du principe dynamique. Si nous proposons une manipulation d'objets concrets dans le but de favoriser l'implication de l'apprenant, alors nous misons sur le principe opératoire. Si nous allons jusqu'à employer l'image, nous nous référons alors au principe de l'illustration par l'image. Une fois les diverses notions de base acquises, il faut favoriser l'établissement de relations entre les connaissances et la transposition des apprentissages à d'autres contextes. C'est ce que visent respectivement les principes d'intégration et de stabilisation. La véracité d'une théorie ou la représentativité d'un modèle relèvent du principe de l'orientation par la structure.

Notre bande dessinée respecte chacun de ces principes. Au début du travail, le lecteur découvre une préoccupation des Gaulois: la construction d'un bouclier rond de 3 mètres de circonférence. Plus loin, on rencontre les Babyloniens intéressés à des problèmes d'arpentage de terrains, des Égyptiens attirés par des difficultés relatives à la construction d'édifices et des Grecs soucieux d'expliquer. Voilà autant de situations qui montrent l'application du principe génétique.

L'humanisation, est illustrée par un retour aux civilisations du passé. En effet, nous refaisons le même chemin que les Babyloniens, les Égyptiens et les Grecs. À la manière des Babyloniens nous cherchons la valeur de π à l'aide de mesures relevées avec une corde, un bâton... Comme les Égyptiens, nous supposons que l'aire d'un cercle ayant un diamètre de 9 unités égale l'aire d'un carré dont les côtés mesurent 8 unités. Selon la méthode des Grecs, nous évaluons la circonfé-

rence à l'aide de polygones réguliers inscrits et circonscrits, en prenant le soin de justifier chacune des étapes suivies. Du coup, nous constatons que la valeur de π se précise proportionnellement au degré de logique caractérisant la démarche.

Ce retour chez les civilisations babyloniennes et égyptiennes nous permet aussi, d'une certaine manière, d'appliquer le principe dynamique. Nous présentons alors des expériences concrètes et faciles à reproduire, car elles exigent peu de matériel. Une corde, un bâton et du papier quadrillé suffisent à la tâche. D'une autre façon, nous faisons appel à l'activité de l'apprenant. À la fin de chaque section de la bande dessinée, nous proposons à l'étudiant une feuille à compléter. Elle a un seul objectif: amener chaque apprenant à faire la synthèse.

En plus de nous permettre de satisfaire le principe dynamique, la présentation de la méthode de calcul appliquée par les Babyloniens offre la possibilité d'observer le principe opératoire. En mesurant la circonférence d'un cercle à l'aide d'une longueur de corde, en représentant le diamètre de ce cercle par une branche et en cherchant le nombre de fois que la branche est contenue dans la longueur de la corde, nous invitons l'élève à suivre ce cheminement et à refaire personnellement cette expérience.

Quant à l'illustration des concepts par l'image, notre bande dessinée y arrive facilement. Pratiquement à chaque page nous présentons un concept à l'aide d'un dessin. Une longueur de corde, par exemple, représente la circonférence, la longueur d'une clôture délimitant un enclos devient le périmètre, le nombre de tuiles contenues dans une mosaïque représente l'aire...

Les différentes notions présentées, il faut favoriser l'établissement de relations entre ces notions. C'est là le sujet du principe d'intégration. Notre bande

dessinée respecte également ce principe. Le comportement du druide chez les Grecs nous en fournit un exemple. Le druide cherche les raisons qui ont amené les Grecs à obtenir un meilleur résultat que ceux obtenus par les Babyloniens et les Égyptiens. Le druide constate alors que les Grecs, contrairement aux autres peuples, justifient chacune des étapes de leur cheminement. De plus, il découvre que les Grecs peuvent justifier les étapes de leur cheminement, parce qu'ils se sont dotés d'une mathématique axiomatisée. À cette occasion, le druide établit donc des liens entre ses diverses observations.

La compréhension, en plus d'exiger la découverte de relations, nécessite la recherche d'applications dans d'autres domaines. Dans la bande dessinée, on applique aussi ce principe de stabilisation. Si les héros recherchent la valeur de π , c'est dans le but de produire des boucliers ronds. Quant aux notions de périmètre, d'aire, de circonférence, nous avons pris soin de trouver des termes équivalents dans le milieu quotidien des Gaulois, des Égyptiens...

Le principe de l'orientation par la structure ou l'établissement de la véracité d'une théorie est un autre principe observé par notre bande dessinée. Le calcul plus précis de π par les Grecs montre que leur méthode est supérieure. Cette supériorité s'explique par la présence d'une mathématique axiomatisée qui leur offre la possibilité de justifier chacune de leurs étapes.

7.6 Le découpage du scénario

Par cette réflexion sur la mathématique, sur la pensée propre à cette science et sur les principes didactiques susceptibles d'en favoriser l'apparition chez l'apprenant, nous avions précisé nos objectifs généraux et les moyens de les

atteindre. Nous étions donc disposé à prévoir les diverses parties du scénario. Dans ce but, nous avons décrit d'abord l'action qui allait s'y dérouler, tout en précisant les propos émis par les différents personnages de même que les indications relatives au texte narratif. Cependant, lors de l'élaboration des vignettes, l'imagination nous éloigna souvent du scénario initialement prévu. Nous avons changé totalement des parties de scénario en faisant intervenir de nouveaux personnages ou en amplifiant l'importance de l'un d'eux. En d'autres occasions, nous nous sommes contentés de modifier les dialogues ou la disposition des personnages.

7.7 L'esquisse des principaux personnages

Avant de produire les vignettes traduisant le découpage du scénario, il faut "brouillonner" les esquisses des personnages. Ce travail vise un seul but: nous permettre de bien définir et de bien reproduire les traits de caractères de chacun de ces personnages. Dans notre bande dessinée, Obélix apparaît comme l'élève peu doué au plan de l'abstraction, colérique, qui juge rapidement une situation et qui répond sans réfléchir. Astérix, par contre, est l'élève intelligent et espiègle, avide d'exemples pratiques, qui pose les bonnes questions au bon moment. Quant au druide, c'est le personnage qui cerne toujours le problème, qui recherche des solutions logiques et déductives. Pour arriver à traduire en dessins tous ces renseignements, il faut une bonne documentation. Dans notre cas, nous avons consulté tous les albums d'Astérix, lu diverses collections spécialisées dans la représentation de l'histoire par la bande dessinée et "visionné" certains films (dont E. T.).

7.8 Le montage

Les principaux personnages esquissés, les diverses parties du scénario prévues, il reste à traduire tous ces renseignements en dessins. À ce niveau, nous avons procédé de deux manières. Pour une section et demie de notre bande dessinée, nous avons reproduit une foule de vignettes dont chacune correspondait à un élément de notre scénario. À la fin du travail, nous avons découpé ces images, conservé les plus représentatives et assemblé ces dernières sur des feuilles, de manière à en obtenir des pages. Puis, nous avons reproduit directement sur la page chaque vignette prévue par le scénario ou suggérée par l'imagination. Cette variation dans la méthode de travail s'explique par un accroissement de la confiance en soi, suite à l'expérience acquise.

Les changements constatés au plan de la production des images ne nous empêchèrent point de respecter certaines techniques et dans leur disposition et dans leur création. Nous avons disposé les vignettes de manière à ce que chaque page se lise généralement de gauche à droite et de haut en bas. À l'intérieur des vignettes, nous avons respecté la même convention au niveau de la présentation des ballons. Lorsque la situation ne s'y prêtait pas, nous exploitions la troisième dimension en superposant partiellement les ballons de manière à ce que les plus importants figurent au premier plan et que les moins importants occupent des positions reculées. L'aspect des ballons contribue de plus à préciser le message livré. Un ballon en dents de scies accompagne un personnage qui crie avec force tandis qu'un ballon circulaire muni d'un appendice composé de bulles représente un penseur. Les caractères utilisés dans les ballons renforcent l'impression laissée par la forme. Des lettres larges et foncées suggèrent la colère contrairement aux lettres minces et pâles qui sont associées à la douceur. Dans la même veine, un

point d'exclamation déchiqueté signifie la surprise, un début de panique, tandis que des étoiles, des éclairs remplacent des mots d'un goût douteux. Il reste enfin la variation de la grandeur des vignettes qui figurent sur une page, dans le but de capter constamment l'attention du lecteur et d'attirer son regard sur les scènes importantes.

Les plans de vision constituent un autre moyen pour conserver l'attention du lecteur et pour faciliter en même temps sa compréhension. Les différents points de vue sous lesquels les images sont présentées, visent, chacun, un objectif précis. Ainsi, la première section de notre bande dessinée débute avec une vue du village gaulois. Plus loin, dans la même section, nous répétons l'expérience avec Babylone. Ce sont là deux plans d'ensemble qui précisent l'endroit où se déroule l'action et le milieu dans lequel évoluent nos personnages. Viennent ensuite une série de gros plans destinés à valoriser un trait de la personnalité des personnages: le druide inquiet et isolé par sa charge, le chef querelleur et soucieux du bien-être de la communauté, Astérix désireux de connaître les explications, Obélix ou celui qui recourt à la force, le centurion Caïus à la poursuite d'un grade... Les plans moyens, par contre, servent à raconter l'histoire. Dans ces plans, les personnages sont présentés avec force détails comparativement au décors ou bien ils sont coupés à mi-jambes.

Aux variations de plans s'ajoutent, comme instruments d'incitation, les diverses positions de l'oeil du lecteur ou le choix de la visée. Chacune de ces positions contribuent à renforcer un message ou à rétablir un équilibre. Dans la première section de notre bande dessinée, par exemple, Astérix découvre la tour de Babel à l'aide d'un contre-plongée (bas vers le haut). Il s'en dégage une impression de grandeur, de magnificence de la tour. Par contre, lors de la présentation des

champs par le grand-prêtre babylonien, du haut de la tour, nous avons une visée en plongée. Les personnages, dans ce contexte, perdent de leur importance au profit des figures engendrées par la division des sols. Nous rencontrons aussi le cadrage penché où l'acteur occupe une position oblique. Le grand-prêtre babylonien et le druide sont présentés sous cet angle. Ils essaient, à ce moment, de rétablir l'équilibre à partir de la constatation de l'existence d'un déséquilibre au plan du raisonnement.

Un autre élément de la technique susceptible de conserver l'intérêt du lecteur est le mouvement d'avance ou de recul d'une caméra (Travelling). Dans la première section de la bande dessinée, nous utilisons d'abord la dilatation en surface et ensuite la profondeur. Dans une vignette, nous présentons le conseil du village en fonction. Dans les deux vignettes suivantes, à l'autre page, nous englobons d'abord dans notre champ de vision le chef, Obélix et quelques villageois pour, le restreindre, par la suite, à Astérix et au chef. Relativement à la profondeur, nous utilisons ce mouvement lors du déplacement dans la ville de Babylone. À l'entrée du temple, David (l'employé du grand-prêtre) occupe le premier plan, tandis que les trois autres personnages évoluent encore sous les murs de l'enceinte qui encercle le temple.

Le montage, ou la dernière étape de notre cheminement, se caractérise par son ambivalence. Le respect de la planification n'a pas empêché l'imagination. Dans le but de conserver l'attention du lecteur et tout en réduisant la polysémie du message livré, nous avons respecté une foule de conventions aux plans de la disposition et de la création des vignettes. Cependant, avant d'arriver au montage, nous avions respecté sept autres étapes. En premier lieu, nous avions cherché une situation problématique: l'axiomatisation de la mathématique. Dans un deuxième

temps, nous formulions l'hypothèse que la valeur de π se précisait en autant que la mathématique s'axiomatisait. Ainsi, notre formulation avait l'avantage de se présenter facilement par l'image. Venaient, en troisième lieu, les recherches dans le but de vérifier la justesse de l'hypothèse. En quatrième lieu, il nous fallait trouver un prétexte légitimant notre étude de l'évolution de π. Le scénario général apportait une réponse à ce problème: la découverte de l'huile de roche et la création de boucliers ronds. Avant de nous lancer dans la production de dessins, il nous sembla préférable de nous interroger sur la mathématique, la pensée mathématique souhaitée pour l'apprenant et les principes didactiques capables de faire apparaître cette forme de réflexion. Dans un sixième temps, nous avons procédé au découpage du scénario. Enfin, à la septième étape, nous avons esquissé nos principaux personnages.

CHAPITRE VIII

LES RÉSULTATS

8.1 Fidélité des deux post-tests

Pour éprouver la fidélité des post-tests en rythmes 2 et 3, les réponses fournies par chacun des élèves des différents groupes d'un même rythme d'apprentissage ont été soumises à une analyse de variance. Les tableaux 7 et 8 présentent les résultats de cette analyse.

Tableau 7

Analyse de la variance des réponses des étudiants

de rythme 2 à leur post-test

Source de variation	Degré de liberté	Carré moyen	Q de Cochran	Niveau de signification	Alpha
inter-groupe	50	,689 83			,757 70
intra-groupe	2 907	,237 92			
inter-item	57	3,776 31	904,730 42	,0001	
erreur	2 850	,167 15			
total	2 957	,245 56			

Tableau 8

Analyse de la variance des réponses des étudiants de rythme 3 à leur post-test

Source de variation	Degré de liberté	Carré moyen	Q de Cochran	Niveau de signification	Alpha
inter-groupe	45	,630 40			,760 03
intra-groupe	2 944	,193 43			
inter-item	64	2,090 17	691,585 24	,0001	
erreur	2 880	,151 28			
total	2 989	,200 00			

Dans les deux cas, le niveau de signification du rapport Q (de Cochran) étant inférieur à 0,05, la différence est donc significative entre les items mesurés. Quant au coefficient alpha, sa valeur dans les deux cas révèle un niveau acceptable de fidélité pour les post-tests.

Cette étude de la fidélité des post-tests permet l'examen de la fidélité de chacune des questions par rapport à l'ensemble. Pour chacun des deux questionnaires, la deuxième question a été éliminée puisque tous les étudiants l'ont réussie. Elle ne fournit donc aucun renseignement utile. Les questions qui contribuent à accroître le coefficient alpha, suite à leur annulation, sont présentées dans les tableaux 9 et 10. Ces questions sont "métriquement moins bonnes que les autres".

Tableau 9

Les questions moins bonnes métriquement dans le post-test du rythme 2

Numéro de la question	Moyenne si l'élément était enlevé	Variance si l'élément était enlevé	Corrélation de la question avec total	Alpha si l'élément était enlevé
1	32,529 41	39,694 12	,012 62	,761 97
5	32,647 06	39,392 94	,040 36	,760 17
10	32,274 51	41,043 14	- ,203 21	,770 39
19	31,941 18	39,976 47	- ,001 90	,758 69
21.2	31,941 18	39,936 47	,014 24	,758 43
21.4	31,960 78	39,878 43	,025 09	,758 51
21.5	31,941 18	40,136 47	- ,066 31	,759 72
22	32,392 16	40,683 14	- ,144 06	,768 61
24	32,490 20	39,214 90	,088 07	,759 07
26	32,411 76	39,687 06	,010 73	,762 35
36	32,784 31	39,692 55	,051 65	,758 57
38	32,254 90	39,753 73	,003 87	,762 22
40	32,372 55	39,158 43	,094 73	,758 88
41.2	32,352 94	40,192 94	- ,068 31	,765 51
42	32,254 90	39,513 73	,043 43	,760 67
47	32,882 35	40,065 88	- ,042 47	,758 79

Tableau 10

Les questions moins bonnes métriquement dans le post-test du rythme 3

Numéro de la question	Moyenne si l'élément était enlevé	Variance si l'élément était enlevé	Corrélation de la question avec total	Alpha si l'élément était enlevé
1	46,065 22	40,906 76	,025 10	,760 32
14	46,086 96	41,370 05	- ,164 65	,763 70
15	46,130 43	40,693 72	,055 29	,760 47
21.2	46,086 96	41,503 38	- ,214 58	,764 51
21.4	46,086 96	40,792 27	,053 56	,760 12
21.5	46,326 09	41,202 42	- ,074 23	,766 73
26	46,347 83	40,387 44	,029 01	,763 79
32.4	46,108 70	40,765 70	,046 37	,760 45
38	46,195 65	40,694 20	,032 32	,761 74
39	46,782 61	41,596 14	- ,142 73	,768 84
42	46,173 91	40,502 42	,082 48	,760 14
43	46,108 70	40,943 48	- ,009 38	,761 36
44	46,456 52	40,120 29	,096 37	,761 04
52.2	46,782 61	40,218 36	,099 52	,760 38
52.3	46,869 57	41,004 83	- ,035 83	,764 04
52.4	46,630 43	40,949 28	- ,034 73	,766 20
55.1	46,152 17	40,665 22	,052 72	,760 74

Dans chacun des deux tableaux précédents, certaines questions ont une corrélation négative avec le résultat obtenu à l'examen. En tenant compte que ces questions interviennent faiblement dans la variance et la moyenne propre à chaque post-test, nous avons là une raison pour ne pas les annuler. En rythme 2, la variance est de 40,01 et la moyenne de réussite 32,90. En comparant ces chiffres respectivement avec ceux de la troisième colonne et de la deuxième colonne du tableau 9, nous constatons que ces questions ont peu d'effet sur le résultat obtenu à l'examen par les élèves. En rythme 3, la variance étant de 41,0 et la moyenne de réussite de 47,04, aussi le rapprochement avec les colonnes 3 et 2 du tableau 10 révèle un effet limité des questions sur le résultat. Suite à l'analyse des items aux deux post-tests, une seule question fut rejetée: la deuxième.

8.2 Validité de contenu des deux post-tests

Si l'étude de la valeur des questions et le calcul du coefficient alpha renseignent sur la fidélité des post-tests, il reste à examiner leur validité de contenu. L'élaboration des questions a été précédée d'une lecture des fiches utilisées par les groupes expérimentaux. Les deux documents (la fiche sans bande dessinée et la fiche avec bande dessinée) présentent les mêmes notions mathématiques. Chaque fiche traite de l'état de la connaissance de π à différentes époques, des méthodes de calculs utilisées pour préciser la valeur de π, du rapport existant entre le degré de précision obtenu et l'apparition d'une mathématique axiomatisée. Laquerre (1976), Dubreuil (1962), Dieudonné (1962) et Blanche (1967) sont les auteurs consultés relativement à la présentation de ces notions mathématiques.

En plus de la lecture des fiches, une interrogation portant sur les moyens susceptibles de nous renseigner sur le degré d'acquisition des capacités (Gagné, 1976) précéda la phase de rédaction des questions. Pour chacune des capacités, nous avons établi les comportements susceptibles de traduire cette capacité et les tâches capables d'en révéler le degré d'acquisition. Voici un exemple (la liste complète est donnée en annexe D) qui illustre cette démarche.

La capacité: fait

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité

- Compléter un énoncé
- Choisir la bonne propriété
- Reconnaître l'énoncé exact

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition

- Donner aux élèves des phrases trouées et leur demander de les compléter en choisissant le bon mot.
- Demander à l'étudiant de choisir l'énoncé exact parmi ceux donnés ou encore de choisir l'énoncé inexact.
- Identifier les bonnes conventions (pour nommer, représenter...)

Un tel agissement garantit l'exploration d'un éventail suffisant de comportements.

Les questions rédigées, nous avons procédé à leur analyse avec l'aide de personnes ressources. Avec M. Jean-Guy Smith (un des co-auteurs de la collection Mathématique au secondaire) nous avons étudié ces questions au plan du contenu mathématique. En reprenant cette étude avec M. Laveault (notre tuteur), nous nous sommes intéressés davantage, à ce moment-là, à la classification de chaque question et au type de capacité visée selon la hiérarchie de Gagné (1976).

8.3 Comparaison des résultats des classes ayant reçu la bande dessinée avec celles ayant reçu une fiche dépourvue de bande dessinée.

Le tableau 11 présente les moyennes obtenues par les groupes au post-test, l'écart-type et le nombre de sujets composant chaque groupe.

Tableau 11

Moyenne et écart-type de chacun des groupes au post-test

Numéro du groupe	Description du groupe	Nombre de sujets	Moyenne sur 100	Écart-type
1	Rythme 2 sans bande dessinée	25	54	8,3616
2	Rythme 2 avec bande dessinée	26	60,3846	11,5796
3	Rythme 3 sans bande dessinée	23	70,4348	10,3697
4	Rythme 3 avec bande dessinée	23	75	8,7282

Dans le but de vérifier la signification statistique de ces moyennes, les résultats de chacun des groupes ont été soumis à une analyse de variances. Le tableau 12 présente les résultats de cette analyse.

Tableau 12

Analyse de la variance de chacun des quatre groupes au post-test

Source de variation	Degré de liberté	Somme des carrés	Carré moyen	F	Niveau de signification de F
Inter-groupe	3	6 541,6991	2 180,5664	22,35	0
Intra-groupe	93	9 071,8060	97,5463		
Total	96	15 613,5052			

Le niveau de signification du rapport F et sa valeur de 22,35 indiquent, avec un risque minime d'erreur, que la variance entre les groupes est significativement plus grande que celle observée à l'intérieur du groupe. L'homogénéité des groupes se voit donc confirmée (ce qu'annoncent les écart-types inférieurs à 15 dans le tableau 11). De plus, ce niveau de signification de F permet de conclure à l'existence d'une différence significative entre la performance des différents groupes de sujets au post-test. Cette différence était déjà évidente dans le tableau 11, puisque les groupes avec bande dessinée (les groupes 2 et 4) obtiennent de meilleures moyennes que les groupes de même rythme sans bande dessinée (les groupes 1 et 3).

Ces moyennes favorables aux groupes ayant travaillé avec la bande dessinée ne dépendent pas d'un pourcentage élevé de succès uniquement à quelques questions. Cette supériorité se rencontre au niveau du taux de réussite des questions regroupées par capacité. Le tableau 13 présente les moyennes de réussite des quatre groupes aux questions communes réunies par capacité selon le modèle de Gagné (voir Méthodologie, pp. 52-53-54).

Tableau 13

Moyenne de chaque groupe aux questions communes regroupées par capacité

	CAPACITÉS						
Groupe	Nom	Fait	Faits organisés	Concept concret	Concept défini	Principes	Résolution de problèmes
1	2,840 00	3,280 00	1,440 00	1,960 00	1,200 00	,680 00	,320 00
2	3,307 69	4,115 38	1,692 31	2,038 46	1,923 08	,807 69	,384 62
3	4,304 35	4,565 22	2,521 74	2,869 57	3,173 91	1,608 70	1,043 48
4	4,608 70	4,478 26	2,695 65	3,086 96	3,347 83	1,608 70	1,260 87
Total	3,731 96	4,092 78	2,061 86	2,463 92	2,371 13	1,154 64	,731 96
F	18,54	6,999	7,820	7,060	26,16	15,52	14,22
Niveau de Signification	0	,0003	,0001	,0002	0	0	0

LÉGENDE: Groupe 1: Rythme 2 sans bande dessinée
Groupe 2: Rythme 2 avec bande dessinée
Groupe 3: Rythme 3 sans bande dessinée
Groupe 4: Rythme 3 avec bande dessinée

À l'exception de la capacité de fait pour les groupes 3 et 4, les moyennes sont supérieures ou égales pour les groupes avec bande dessinée à toutes les capacités.

Les moyennes des résultats obtenus au post-test étant supérieures pour les groupes travaillant avec la bande dessinée (cette supériorité apparaissant pratiquement à chaque regroupement de questions par capacité) et l'existence d'une différence significative entre la performance des groupes étant établie, la première hypothèse de ce travail se trouve confirmée. Il faut reconnaître que: "Les classes qui utilisent la fiche avec une bande dessinée obtiennent de meilleurs notes, pour un test de connaissances et d'habiletés, que les classes qui emploient la fiche sans bande dessinée".

8.4 Les capacités influencées par la bande dessinée

Comme les groupes qui ont travaillé avec la bande dessinée obtiennent de meilleurs résultats, nous avons cherché à identifier quelles capacités étaient favorisées par la bande dessinée. Avant de préciser ces capacités, nous avons analysé l'influence de la bande dessinée en fonction des rythmes d'apprentissage. Dans ce but, nous calculons l'écart, pour chacun des groupes, entre les moyennes obtenues respectivement au post-test et au pré-test.

Tableau 14

Écart entre la moyenne au post-test et la moyenne au pré-test pour chaque groupe

Groupe	Description du groupe	Moyenne au post-test	Moyenne au pré-test	Écart des moyennes	différence des écarts entre les classes d'un même rythme
1	Rythme 2 sans bande dessinée	54	39,2	+ 14,8	- 12,1246
2	Rythme 2 avec bande dessinée	60,3846	33,46	+ 26,9246	+ 12,1246
3	Rythme 3 sans bande dessinée	70,4348	44,49	+ 25,9448	+ 0,0748
4	Rythme 3 avec bande dessinée	75	49,13	+ 25,87	- 0,0748

En rythme 2, le calcul de la différence des écarts des moyennes (groupe 2 - groupe 1 ou 26,9246 - 14,8) donne +12,1246 en faveur du groupe travaillant avec la bande dessinée. De plus, la différence des moyennes au pré-test (groupe 2 - groupe 1 ou 33,46 - 39,2) montre que le groupe 2 obtient une moyenne de -5,74 par rapport à celle du groupe 1. Au post-test, cette dernière différence est effacée et fait place à une autre différence (groupe 2 - groupe 1 ou 60,3846 - 54) de +6,3846 en faveur, cette fois, du groupe 2. Au rythme 3, par contre, l'écart des moyennes (25,9448 et 25,87) est pratiquement le même pour les deux groupes. En établissant la différence des moyennes des groupes 4 et 3 au pré-test (groupe 4 - groupe 3 ou 49,13 - 44,49) et la différence des moyennes au post-test (groupe 4 - groupe 3 ou 75 - 70,4348), nous observons que la bande dessinée maintient simplement la

différence de +5 obtenue par le groupe 4 au pré-test. Ces résultats indiquent que la bande dessinée exerce une influence plus significative en rythme 2 qu'en rythme 3.

8.4.1 Une méthode d'analyse qualitative: l'analyse binomiale

Cette influence distincte au niveau des rythmes nous invite à adopter une attitude prudente quant aux capacités favorisées par la bande dessinée. Si en rythme 2 l'influence de la bande dessinée est marquée, en rythme 3 celle-ci est moins facilement discernable. Afin d'identifier les capacités qui discriminent le mieux l'effet de la bande dessinée, nous avons comparé les pourcentages de réussite pour les questions retenues au post-test. Le tableau 15 donne, en fonction des rythmes d'apprentissage, le nombre de questions pour chaque capacité où le pourcentage favorise soit le groupe sans bande dessinée, soit le groupe avec bande dessinée. Le test binomial a permis d'établir le niveau du signification de la fréquence des questions les mieux réussies par chaque groupe. Les questions pour lesquelles le pourcentage de réussite est identique dans les deux groupes d'un même rythme, ont été omises.

Sur ce tableau, nous avons encadré les questions où le pourcentage de réussite favorise les élèves ayant travaillé avec la bande dessinée (sans négliger l'existence du niveau de signification de leur fréquence de réussite). Mise à part une étroite bande correspondant au concept concret, nous obtenons deux régions rectangulaires différentes (chacune réservée à un rythme particulier). Pour cette dernière capacité, la bande dessinée favorise d'une manière significative ($p < 0,05$) les deux rythmes d'apprentissage. Les régions non communes de ces rectangles précisent la

Tableau 15

Nombre de questions où le pourcentage de réussite est supérieur

RYTHME 2						RYTHME 3			
Total	Groupe sans bande dessinée	Groupe avec bande dessinée	Niveau de signification	Type de capacité	Capacité	Total	Groupe sans bande dessinée	Groupe avec bande dessinée	Niveau de signification
12	4	8	,194	Information verbale	Nom	8	3	5	,363
9	2	7	,090*		Fait	6	3	3	,606
4	1	3	-		Faits organisés	5	2	3	,500
25	7	18	,022**	Total		19	8	11	,326
18	3	15	,006***	Habiletés intellectuelles	Concept concret	19	5	14	,032**
6	3	3	,636		Concept défini	8	2	6	,145
5	3	2	,500		Principes	5	2	3	,500
					Résolution de problèmes	6	0	6	,008***
33	10	23	,0119	Total		38	9	29	,0007**

* p < 0,10
** p < 0,05
*** p < 0,01

zone d'influence de la bande dessinée pour chaque rythme. Dans le rectangle du haut, correspondant au rythme 2, deux informations verbales et une habileté intellectuelle sont favorisées par la bande dessinée. Ce sont respectivement le nom ($p < 0,20$), le fait ($p < 0,10$) et le concept concret ($p < 0,01$). Toutefois, comme le révèlent les taux de signification (p), cette influence n'est pas toujours statistiquement significative. Relativement au rythme 3, le glissement du rectangle vers le bas indique une différenciation de la zone d'influence. Pour ce rythme, la bande dessinée agit davantage au niveau des habiletés intellectuelles qu'au niveau des informations verbales. Parmi les différences importantes, on retrouve, en plus du concept concret ($p < 0,05$), le concept défini ($p < 0,15$) et la résolution de problème ($p < 0,01$).

En somme, l'effet le plus important de la bande dessinée sur la performance des élèves de rythme 2 se situe au niveau du fait, du nom et du concept concret. Chez les élèves de rythme 3, cette influence se manifeste principalement au niveau du concept concret, du concept défini et de la résolution de problème. Ce sont les zones d'influence de la bande dessinée que délimite l'analyse binomiale.

8.4.2 Des méthodes d'analyses quantitatives: analyse de variance et analyse discriminante

Même si l'analyse binomiale renseigne sur les capacités influencées par la bande dessinée, il n'en reste pas moins qu'un certain degré d'imprécision persiste toujours. Pour le rythme 2, par exemple, l'impossibilité de calculer le niveau de signification de la fréquence de réussite des questions de faits organisés et de concept défini concourt à l'existence de cette imprécision. D'autres analyses

offrent la possibilité de préciser davantage la zone d'influence de la bande dessinée.

L'analyse de variance permet d'aborder les données expérimentales sous un autre angle. Le traitement de ces données se fait en prenant chaque sujet sur les questions vérifiant l'acquisition d'une même capacité. Les trois prochains tableaux nous fournissent les résultats significatifs pour les questions communes à tous les groupes.

Tableau 16

Analyse de la variance des questions communes de "nom"

Source de variation	Degré de L.	Somme des carrés	Carré Moyen	F	Niveau de signification
Effets principaux	2	49,623	24,812	27,719	,001
Rythme	1	46,183	46,183	51,594	,001
Bande dessinée	1	3,692	3,692	4,124	,045
Interaction	1	,161	,161	,180	,672
Expliqué	3	49,785	16,595	18,539	,001
Erreur	93	83,245	,895		
Total	96	133,031	1,386		

Tableau 17

Analyse de la variance des questions communes de "Fait"

Source de variation	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré Moyen	F	Niveau de signification de F
Effets principaux	19,937	2	9,968	8,346	,001
Rythme	16,251	1	16,251	13,605	,001
Bande dessinée	3,839	1	3,839	3,214	,076
Interaction	5,143	1	5,143	4,306	,041
Rythme et bande dessinée	5,143	1	5,143	4,306	,041
Expliqué	25,080	3	8,360	6,999	,001
Erreur	111,085	93	1,194		
Total	136,165	96	1,418		

Tableau 18

Analyse de la variance des questions communes de "concept défini"

Source de variation	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré Moyen	F	Niveau de signification de F
Effets principaux	74,448	2	37,224	38,308	,001
Rythme	69,625	1	69,625	71,653	,001
Bande dessinée	5,188	1	5,188	5,339	,023
Interaction	1,823	1	1,823	1,876	,174
Rythme et bande dessinée	1,823	1	1,823	1,876	,174
Expliqué	76,271	3	25,424	26,164	,001
Erreur	90,368	93	,972		
Total	166,639	96	1,736		

Quant aux tableaux 19 et 20, ils portent sur les questions significatives du post-test destiné seulement au rythme 2.

Tableau 19

Analyse de la variance des questions du rythme 2 portant sur le "fait"

Source de variation	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré Moyen	F	Niveau de signification de F
Effets principaux	35,251	1	35,251	15,032	,001
Bande dessinée	35,251	1	35,251	15,032	,001
Expliqué	35,251	1	35,251	15,032	,001
Erreur	114,906	49	2,345		
Total	150,157	50	3,003		

Tableau 20

Analyse de la variance des questions du rythme 2 portant sur le "concept défini"

Source de variation	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré Moyen	F	Niveau de signification de F
Effets principaux	6,664	1	6,664	6,298	,015
Bande dessinée	6,664	1	6,664	6,298	,015
Expliqué	6,664	1	6,664	6,298	,015
Erreur	51,846	49	1,058		
Total	58,510	50	1,170		

En rythme 3, l'analyse de variance ne donne aucun résultat significatif.

L'analyse de variance montre que l'effet de la bande dessinée se fait surtout ressentir au niveau du rythme 2 (tableaux 19 et 20). De plus, les pôles d'attraction de cette influence sont les capacités de faits et de concepts définis. Ces résultats confirment et précisent les conclusions de l'analyse binomiale. Selon ce type d'analyse qualitative, l'effet de la bande dessinée est plus significatif en rythme 2 qu'en rythme 3. De plus, en rythme 2, la bande dessinée influence deux informations verbales (nom et fait) et une habileté intellectuelle (concept concret). Le peu de questions portant sur le concept défini ne permettait pas de vérifier le niveau de signification de la fréquence de réussite de ces questions. Cette vérification a pu être faite avec l'analyse de variance, une analyse de type quantitatif.

L'analyse discriminante des données expérimentales est un autre procédé capable de préciser davantage la zone d'influence de la bande dessinée. En cherchant des fonctions qui classifient dans leur groupe d'appartenance le plus d'élèves possible, nous obtenons les capacités qui maximisent les différences entre les groupes. Les six prochains tableaux présentent les résultats de l'analyse discriminante.

Tableau 21

Fonctions discriminantes canoniques pour les questions communes aux quatre groupes

Fonction	Valeur propre	Pourc. de variance	Pourc. cumulatif	Corrélation canonique	Après fonction	Lambda de Wilks	Chi-deux	Degré liberté	Niveau de signification
					0	,288 062 7	112,63	21	,0000
1	2,18899	96,14	96,14	,828 505 2	1	,918 628 3	7,6811	12	,8095
2	,07826	3,44	99,58	,269 400 8	2	,990 516 9	,86232	5	,9729
3	,00957	,42	100,00	,097 381 3					

Une seule fonction discriminante est significative et le prochain tableau offre les coefficients de cette fonction.

Tableau 22

Les coefficients de la fonction discriminante, canonique et standardisée relativement aux questions communes aux deux rythmes d'apprentissage

Capacité	Coefficients
Nom	,501 76
Faits	,073 77
Faits organisés	,266 98
Concept concret	-,064 80
Concept défini	,469 27
Principe	,528 39
Résolution de problème	,236 49

Tableau 23

Fonction discriminante canonique pour les questions du post-test de rythme 2

Fonction	Valeur propre	Pourc. de variance	Pourc. cumulatif	Corrélation canonique	Après fonction	Lambda de Wilks	Chi-deux	Degré liberté	Niveau de signification
					0	,713 352 2	15,369	7	0,0316
1	,401 83	100,00	100,00	,535 395 0					

Cette fonction discriminante est significative et ses coefficients apparaissent dans le prochain tableau.

Tableau 24

Les coefficients de la fonction discriminante canonique et standardisée relativement au post-test de rythme 2

Capacité	Coefficients
Nom	-,167 44
Faits	,901 51
Faits organisés	,061 04
Concept concret	-,280 12
Concept défini	,520 29
Principe	,053 08
Résolution de problème	,127 32

Tableau 25

Fonction discriminante canonique pour les questions du post-test de rythme 3

Fonction	Valeur propre	Pourc. de variance	Pourc. cumulatif	Corrélation canonique	Après fonction	Lambda de Wilks	Chi-deux	Degré liberté	Niveau de signification
					0	,876 417 3	5,3423	7	,6182
1	,141 01	100,00	100,00	,351 543 6					

Cette fonction discriminante n'est pas significative et ses coefficients composent le prochain tableau.

Tableau 26

Les coefficients de la fonction discriminante,canonique et standardisée relativement au post-test de rythme 3

Capacité	Coefficients
Nom	,683 91
Faits	-,060 71
Faits organisés	-,055 38
Concept concret	,387 67
Concept défini	,290 11
Principe	-,733 56
Résolution de problème	,849 34

Les coefficients les plus élevés du tableau 22 révèlent les capacités (et les items s'y rapportant) qui maximisent les différences entre les quatre groupes. Ce sont: nom, concept défini et principe. Le tableau 24 fournit les mêmes renseignements pour les deux groupes de rythmes 2. Ce sont les questions portant sur le fait et le concept défini. Le tableau 26 effectue la même tâche, mais pour le rythme 3. Les questions portant sur le nom, les principes et la résolution de problème engendrent les plus grandes différences entre les deux groupes de ce rythme. Toutefois, en rythme 3, la fonction discriminante n'est pas significative.

Ces résultats, au niveau des questions communes et du post-test de rythme 2 ressemblent énormément à ceux de l'analyse de variance. Quant au rythme 3, les indications obtenues s'approchent sensiblement des renseignements reçus suite à l'analyse binomiale.

8.4.3 Synthèse

Dans le but d'identifier les capacités favorisées par la bande dessinée, nous avons procédé à deux types d'analyse: l'analyse binomiale ou qualitative, l'analyse de variance et l'analyse discriminante ou quantitatives. L'analyse binomiale ou qualitative permet de délimiter globalement la zone d'influence de la bande dessinée. Cette zone varie avec le rythme d'apprentissage. En rythme 2, la bande dessinée influence d'une manière importante le fait ($p < 0,1$), le nom ($p < 0,2$) et le concept concret ($p < 0,01$). Quant au concept défini, le niveau de signification ne peut être calculé. En rythme 3, l'effet de la bande dessinée est moins significatif. L'influence de cette dernière se manifeste principalement au niveau des habiletés intellectuelles (concept concret, concept défini et résolution de problèmes).

L'analyse de variance et l'analyse discriminante, deux instruments plus puissants, délimitent davantage la zone d'influence de la bande dessinée en identifiant les pôles d'attraction de cette influence. Comme ces analyses portent sur les caractéristiques métriques des items, elles permettent non seulement de tenir compte de la direction des différences, mais aussi de leur importance. En rythme 2, l'analyse de variance montre que la bande dessinée a un effet significatif sur le fait et le concept défini. Quant à l'analyse discriminante, elle révèle que le fait et le concept défini sont les variables qui discriminent le mieux les étudiants

de ce rythme. L'identification de ces deux capacités vient préciser le résultat de l'analyse binomiale pour le rythme 2. Au rythme 3, l'analyse de variance révèle aucun effet significatif de la bande dessinée. L'analyse discriminante montre que le nom, les principes et la résolution de problèmes discriminent mieux les groupes, même si la fonction n'est pas significative. Ce résultat vient confirmer l'analyse binomiale. Il existe une certaine tendance en faveur de la bande dessinée au plan des habiletés intellectuelles, mais son effet n'est pas significatif.

En somme, la bande dessinée n'influence pas d'une manière identique tous les élèves comme le prévoit la deuxième hypothèse de ce travail. Une variation de cette influence et de son niveau de signification est enregistrée en fonction du rythme d'apprentissage et des capacités impliquées par les problèmes soumis.

8.5 Les caractéristiques du profil d'apprentissage des étudiants influencés par la bande dessinée

Si la bande dessinée favorise l'acquisition de certaines capacités, il nous reste à établir les caractéristiques des étudiants qui profitent davantage de son utilisation en classe. Dans ce but, nous avons calculé pour chaque sujet la différence entre la note obtenue au post-test et celle obtenue au pré-test. Cette différence s'appelle l'écart. Une analyse de variance précise l'influence de la bande dessinée sur l'écart. Le tableau ci-après rend compte de cette analyse.

La bande dessinée a un effet significatif sur l'écart post-test et pré-test (niveau de signification de F plus petit que 0,05). Cependant, l'interaction significative (,016 < ,05) renseigne sur cette influence. L'écart, entre les élèves ayant la bande dessinée et ceux ayant la fiche traditionnelle, n'est pas le même au

Tableau 27

Analyse de variance de l'écart post-test et pré-test

en fonction du rythme et de la bande dessinée

Source de variation	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré Moyen	F	Niveau de signification de F
Effets principaux	1 550,092	2	775,046	5,145	,008
Rythme	592,849	1	592,849	3,936	,050
Bande dessinée	971,960	1	971,960	6,452	,013
Interaction	901,261	1	901,261	5,983	,016
Rythme et bande dessinée	901,261	1	901,261	5,983	,016
Expliqué	2 451,353	3	817,118	5,425	,002
Erreur	14 008,977	93	150,634		
Total	16 460,330	96	171,462		

rythme 2 et au rythme 3. Par conséquent, l'effet de la bande dessinée est surtout imputable aux écarts plus grands notés en rythme 2 (voir différence des écarts des moyennes au tableau 14).

L'influence de la bande dessinée étant significative sur l'écart, nous avons établi le profil d'apprentissage des sujets. Les résultats à chacune des composantes de ce profil varient de un à quatre et signifient successivement: négligeable, mineur, majeur et majeur fort. Les quatre prochains tableaux nous donnent ces renseignements pour chacun des quatre groupes d'élèves ayant participé à l'expérimentation.

Tableau 28

Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 2 - sans bande dessinée

Ordre de l'écart	Écart	Théoricien	Praticien	Auditif	Olfactif	Gustatif	Tactile	Visuel	Interventionnel	Extraverti	Raisonneur	Différentiel	Évaluateur	Démonstrateur	Travailleur familial: Soumis	Travailleur familial: Réactionnel	Travailleur groupal: Soumis	Travailleur groupal: Réactionnel	Travailleur individuel: Personnel	Travailleur individuel: Impersonnel	No du sujet
Écart ≥ 30	34	2	4	4	2	3	4	2	3	1	2	2	3	2	1	4	1	4	3	2	23
	34	2	3	3	3	3	4	4	3	2	1	3	2	3	2	3	2	3	3	2	2
20 ≤ écart < 30	29	1	2	4	3	4	2	2	3	2	4	1	1	3	4	1	4	1	1	4	7
	26	3	3	2	2	4	4	2	3	3	2	2	1	4	3	3	3	2	4	1	6
	26	2	4	2	2	3	3	4	3	2	1	3	2	3	3	2	2	3	4	1	17
	24	2	4	1	3	4	4	1	4	2	1	1	4	3	3	2	3	3	4	1	21
	24	2	4	3	3	4	2	4	3	3	1	2	1	4	1	4	3	2	3	2	24
	23	2	4	1	4	2	4	4	4	2	4	1	2	3	3	3	4	1	4	1	3
	20	2	3	3	3	4	3	4	4	2	3	2	2	2	4	1	4	1	4	1	4
	20	2	2	1	2	1	4	2	3	1	2	3	3	3	3	2	1	4	3	2	9
10 ≤ écart < 20	16	3	4	2	3	3	4	2	4	3	2	1	1	2	3	2	1	4	3	2	1
	14	3	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	2	4	3	3	1	4	4	1	19
	13	2	3	2	3	4	3	4	3	3	3	1	1	2	1	4	3	2	4	1	3
	13	2	4	1	3	3	3	2	4	2	2	3	3	3	4	1	1	4	4	1	10
	11	3	4	4	2	4	3	3	4	2	3	1	2	2	1	4	4	1	3	2	23
	11	2	3	1	3	2	4	2	3	3	3	1	2	3	1	4	4	1	4	1	28

Tableau 29

Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 2 - avec bande dessinée

Ordre de l'écart	Écart	Théoricien	Praticien	Auditif	Olfactif	Gustatif	Tactile	Visuel	Interrelationnel	Émotif	Relationnel	Différentiel	Évaluateur	Démonstrateur	Travailleur familial: Soumis	Travailleur familial: Réactionnel	Travailleur groupal: Soumis	Travailleur groupal: Réactionnel	Travailleur individuel: Personnel	Travailleur individuel: Impersonnel	No du sujet
Écart ≥ 30	58	2	4	3	2	4	4	3	3	2	2	1	4	2	1	4	1	4	4	1	33
	58	3	4	3	3	3	4	3	4	1	1	2	3	3	4	1	3	2	4	1	50
	41	2	3	3	2	3	4	3	3	2	2	2	2	3	2	3	1	4	4	1	44
	38	1	3	3	3	3	2	3	3	3	2	1	1	3	1	4	3	2	4	1	28
	36	2	4	4	3	4	4	3	4	1	4	2	1	2	1	4	2	3	4	1	46
	36	2	4	3	3	4	2	2	3	3	1	1	4	4	3	2	3	2	4	1	31
	33	2	3	4	1	3	4	4	3	1	3	2	2	3	2	3	1	4	4	1	47
	33	2	3	4	3	2	2	3	3	2	2	2	1	4	2	3	1	4	4	1	49
	31	1	3	4	2	4	4	1	4	2	3	1	1	3	1	4	2	3	2	3	60
	31	2	3	3	1	4	4	2	3	2	1	2	2	4	1	4	2	3	4	1	48
	30	2	4	2	4	3	4	3	3	2	2	2	1	2	1	4	2	3	3	2	41
20 ≤ écart < 30	29	3	4	4	3	3	4	4	3	3	1	2	1	1	4	1	3	2	4	1	43
	26	2	4	3	2	2	4	2	4	4	1	2	1	2	2	3	3	2	4	1	38
	21	2	4	4	3	1	4	3	3	2	3	2	1	4	2	3	1	4	1	4	27
	21	2	4	4	3	4	4	4	4	2	2	2	2	3	2	3	2	3	4	1	29
	21	2	4	1	3	4	4	2	3	2	3	1	2	4	4	1	4	1	3	2	36
	20	2	3	3	2	3	4	2	3	2	2	2	2	4	1	4	2	3	1	4	26
10 ≤ écart < 20	18	1	3	2	1	1	2	3	3	2	1	2	3	3	3	2	1	4	3	2	35
	17	2	4	4	3	3	4	2	3	2	2	1	2	3	2	3	1	4	4	1	32
	16	2	3	2	2	3	4	2	3	2	2	2	2	3	1	4	3	2	2	3	30
	16	2	3	2	1	2	4	3	2	2	2	2	1	4	2	3	2	3	4	1	37
	16	2	4	4	3	4	4	2	3	2	2	2	1	2	2	3	3	2	4	1	39
	15	3	4	3	2	4	3	4	3	2	2	1	4	4	3	2	3	2	3	2	34

Tableau 30

Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 3 - sans bande dessinée

Ordre de l'écart	Écart	Théoricien	Praticien	Auditif	Olfactif	Gustatif	Tactile	Visuel	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	Évaluateur	Démonstrateur	Travailleur familial: Soumis	Travailleur familial: Réactionnaire	Travailleur groupal: Soumis	Travailleur groupal: Réactionnaire	Travailleur individuel: Personnel	Travailleur individuel: Impersonnel	No du sujet
Écart ≥ 30	43	3	4	4	4	4	2	4	4	1	2	2	4	2	1	4	1	4	3	2	72
	44	1	4	4	4	4	4	2	4	1	2	2	2	4	2	3	3	2	4	1	70
	40	2	3	2	2	3	3	2	3	2	3	2	1	4	2	3	4	1	3	2	66
	39	2	4	4	2	3	4	4	3	2	2	2	1	3	3	2	2	3	4	1	60
	37	3	3	3	2	3	1	2	3	1	4	1	3	2	1	4	1	4	4	1	74
	36	2	3	4	3	3	4	1	3	2	3	1	2	4	3	2	3	2	4	1	67
	34	2	4	3	2	2	2	4	4	1	3	2	2	3	1	4	2	3	4	1	68
	33	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	1	2	4	1	4	2	3	3	2	69
	32	1	4	4	2	3	3	4	3	2	2	1	3	2	1	4	2	3	4	1	58
	34	2	4	2	2	4	4	4	3	2	1	2	2	4	2	3	1	4	4	1	73
20 ≤ écart < 30	27	2	3	1	3	4	2	3	3	4	2	2	1	2	1	4	1	4	4	1	71
	26	3	3	2	4	3	4	2	3	1	3	1	3	4	2	3	2	3	3	2	64
	23	3	4	4	4	4	4	3	4	2	2	2	1	4	2	3	3	2	4	1	56
	22	2	3	4	4	4	4	2	4	2	2	2	3	2	3	2	3	2	4	1	63
	22	3	4	4	4	4	4	2	3	3	3	1	1	4	3	2	4	1	4	1	63
	21	1	4	3	1	3	4	3	2	1	1	3	2	2	2	3	4	1	2	3	59
10 ≤ écart < 20	18	2	4	4	2	4	4	3	3	1	2	2	2	4	1	4	1	4	3	2	53
	17	2	4	4	2	3	4	2	3	2	2	1	2	3	2	3	3	2	2	3	61
	15	2	4	2	3	2	3	3	3	1	3	2	2	2	2	3	1	4	4	1	57
	16	2	4	4	3	2	2	3	3	2	3	2	2	4	4	3	1	4	2	3	62

Tableau 31

Écart entre note au post-test et note au pré-test rythme 3 - avec bande dessinée

Ordre de l'écart	Écart	Théoricien	Praticien	Auditif	Olfactif	Gustatif	Tactile	Visuel	Interrelationnel	Externel	Relationnel	Différentiel	Évaluateur	Démonstrateur	Travailleur familial: Sensitif	Travailleur familial: Rédactionnel	Travailleur groupal: Sensitif	Travailleur groupal: Rédactionnel	Travailleur individuel: Personnel	Travailleur individuel: Impersonnel	No du sujet
Écart ≥ 30	63	2	3	4	3	4	1	2	3	1	2	2	3	1	1	4	1	4	4	1	73
	61	2	4	4	2	3	3	3	3	1	1	1	1	4	2	3	1	4	4	1	83
	61	2	4	4	3	3	4	4	4	2	1	2	3	4	1	4	1	4	4	1	90
	38	2	4	3	4	4	4	3	3	1	3	2	2	4	1	4	2	3	4	1	88
	37	2	4	4	2	2	3	3	3	2	2	2	2	4	2	3	2	3	4	1	87
	34	2	3	3	1	4	4	3	3	1	2	2	3	2	2	3	4	1	4	1	77
	33	2	3	4	2	3	2	3	3	2	2	2	1	4	2	3	1	4	3	2	92
	33	2	3	3	2	3	4	3	4	2	2	1	3	3	2	3	1	4	4	1	94
	31	2	4	3	4	4	3	4	3	2	2	1	3	4	3	2	1	4	4	1	80
	30	2	4	3	3	4	4	3	3	2	2	2	1	4	1	4	3	2	3	2	89
	30	1	3	2	4	3	3	4	2	1	3	1	2	4	3	2	2	3	3	2	97
20 ≤ écart < 30	28	1	3	3	4	3	4	4	3	1	2	1	4	4	4	1	3	2	2	3	91
	27	2	4	3	1	2	3	3	4	1	3	1	3	4	2	3	2	3	4	1	76
	27	2	3	3	1	4	4	3	3	1	2	2	3	2	2	3	2	3	4	1	78
	25	2	3	3	1	1	4	3	3	2	2	2	1	2	3	2	4	1	2	3	96
	21	3	4	3	2	4	4	4	4	1	4	1	1	4	2	3	2	3	4	1	82
	21	2	3	3	4	3	3	2	4	3	1	2	2	4	3	2	4	1	4	1	93
10 ≤ écart < 20	18	1	3	3	3	4	4	1	3	3	1	2	2	3	1	4	4	1	3	2	81
	10	2	4	3	2	3	4	2	3	2	3	2	1	4	2	3	2	3	4	1	79

Sur ces tableaux, mettant en caractère gras les caractéristiques où les étudiants d'un même rythme obtiennent régulièrement une cotation majeure (3) ou majeure forte (4); nous avons obtenu les renseignements suivants. Pour le rythme 2 sans bande dessinée, nous retenons comme traits du profil d'apprentissage de l'élève: praticien, gustatif, tactile, interrelationnel, démonstrateur et travailleur individuel personnel. En rythme 2 avec bande dessinée les traits deviennent: praticien, auditif, gustatif, tactile, interrelationnel, démonstrateur, travailleur familial réactionnel et travailleur individuel personnel. En ce qui concerne le rythme 3 sans bande dessinée, l'élève obtenant les meilleurs résultats apparaît comme praticien, auditif, gustatif, tactile, interrelationnel, démonstrateur, travailleur familial réactionnel et travailleur individuel personnel. Pour le groupe ayant travaillé avec la bande dessinée, les caractéristiques sont: praticien, auditif, gustatif, tactile, visuel, interrelationnel, démonstrateur, travailleur familial réactionnel, travailleur groupal réactionnel, travailleur individuel personnel.

Si nous comparons les caractéristiques pour les classes d'un même rythme, nous pouvons faire ressortir les composantes du profil d'apprentissage des élèves ayant le plus profité du traitement avec bande dessinée. Au niveau du rythme 2, le groupe ayant obtenu le plus de succès à partir de la variation du matériel didactique se révèle être auditif et travailleur familial réactionnel. En rythme 3, le sujet visuel et travailleur groupal réactionnel compose le groupe favorisé par la bande dessinée.

Le tableau 32 présente non seulement les coefficients de corrélation de Kendall, entre la différence des notes obtenues aux deux tests (post-test et pré-test) et les caractéristiques du style d'apprentissage, mais aussi leur niveau de signification pour les rythmes 2 et 3.

Tableau 32

Coefficient de Kendall entre l'écart

et les caractéristiques du style d'apprentissage

	RYTHME 2		RYTHME 3	
Caractéristiques	Kendall	Niveau de signification	Kendall	Niveau de signification
théoricien	-,2678	,014 **	-,0972	,214
praticien	,0036	,488	-,0097	,470
auditif	,2234	,025 **	,1101	,178
ofactif	-,0973	,203	,0149	,449
gustatif	,0296	,400	,0884	,226
tactile	,0946	,213	-,1312	,101
visuel	,0291	,401	,1923	,031 **
interrelationnel	-,0337	,332	,0482	,348
extensif	,0197	,435	-,1482	,108
relationnel	-,1225	,145	-,0801	,230
différentiel	,0240	,421	-,0306	,403
évaluateur	-,0719	,[illegible]67	,1769	,066
démonstrateur	-,0276	,405	,1413	,118

L'absence de corrélation relativement aux caractéristiques de travailleur familial, travailleur groupal et travailleur individuel s'explique par la non compilation de ces données dans le traitement informatique.

L'analyse du tableau 32 montre que deux caractéristiques du style d'apprentissage des élèves de rythme 2 ont une corrélation significative avec l'accroissement de l'écart. Ces caractéristiques sont: théoricien et auditif. Paradoxalement, la caractéristique "théoricien" est une caractéristique mineure

pour les deux groupes de ce rythme selon les tableaux 28 et 29. Seule la caractéristique "auditif" est une caractéristique majeure. En rythme 3, la corrélation significative existe seulement pour le visuel.

En somme, les renseignements obtenus à partir de la corrélation de Kendall confirment ceux résultant de l'analyse des écarts et des caractéristiques effectuées à l'aide des tableaux 28, 29, 30 et 31 (pour les données informatisées). Nous en tirons donc des informations pour vérifier la troisième hypothèse de recherche. Dans cette hypothèse, pour les élèves influencés par la bande dessinée, nous n'avions pas prévu une diversification des caractéristiques du profil d'apprentissage en fonction du rythme.

CHAPITRE IX

DISCUSSION

9.1 Discussion en fonction de la première hypothèse

La première hypothèse affirme que: "Les classes qui utilisent la fiche avec une bande dessinée obtiennent de meilleures notes, pour un test de connaissance et d'habiletés, que les classes qui emploient la fiche sans bande dessinée". Le tableau 11, à l'aide des moyennes obtenues par chaque groupe au post-test, montre que cette prédiction s'avère exacte. Le tableau 15 révèle que la supériorité de la bande dessinée existe pratiquement chez toutes les catégories d'apprentissage visées. En rythme 2, il existe deux exceptions et en rythme 3, une seule. Au niveau du rythme 2, les questions de principes ont été réussies aussi bien par le groupe sans bande dessinée que par le groupe avec bande dessinée. En rythme 3, le même phénomène se produit pour les questions portant sur les faits. Par contre, en rythme 2, les résolutions de problèmes ont un meilleur taux de réussite pour les élèves travaillant sans la bande dessinée. Pour toutes les autres capacités visées, soient cinq en rythme 2 et six en rythme 3, des élèves ayant travaillé avec la bande dessinée récoltent un meilleur pourcentage de réussite. Le tableau 13 confirme généralement ces observations en ce qui concerne les questions du post-test communes à tous les groupes. Il s'avère donc juste d'affirmer que la bande dessinée peut favoriser l'apprentissage pratiquement au niveau de chaque capacité.

Cependant, il n'a été possible de démontrer un effet réellement significatif de la bande dessinée que pour des capacités d'apprentissage bien précises, même si pour la majorité de celles-ci, la bande dessinée manifeste un taux supérieur de réussite. Toutefois, ce taux n'est pas suffisamment différent de celui obtenu par les groupes ayant accès à la fiche traditionnelle pour donner lieu à des différences statistiquement significatives dans tous les cas (tableaux 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 des analyses de variance et des analyses discriminantes).

9.2 Discussion en fonction de la seconde hypothèse

Si globalement nous pouvons dire que la bande dessinée favorise l'apprentissage de la majorité des capacités, il ne faut pas oublier que ce rôle de la bande dessinée se différencie en fonction du rythme d'apprentissage et qu'il est plus significatif en rythme 2. La bande dessinée exerce une influence importante sur l'acquisition de l'information verbale et des deux premières habiletés intellectuelles (concept concret et concept défini). Cependant, cette influence est significative seulement pour l'apprentissage des faits et des concepts définis. Au rythme 3, la bande dessinée intervient surtout au niveau des habiletés intellectuelles (concept concret, concept défini, principes, résolution de problèmes). Cette influence, par contre, n'est pas statistiquement significative même si, à un niveau plus qualitatif d'interprétation, la cohérence des résultats permet difficilement d'affirmer le contraire.

Cette différenciation de la zone d'influence de la bande dessinée, en fonction du rythme, s'explique par la hiérarchie des capacités de Gagné (1976). Ce dernier présente les résultats de l'apprentissage comme des capacités qui vont du nom à la résolution de problèmes. Entre ces deux paliers extrêmes, se retrouvent

successivement comme paliers intermédiaires: faits, faits organisés, discrimination, concept concret, concept défini et principe. Ces capacités sont présentées dans un ordre de difficulté croissante. Le tableau 13, donnant la moyenne de chaque groupe aux questions communes, illustre le caractère hiérarchique des capacités. En général, les moyennes sont supérieures pour les informations verbales (noms, faits, faits organisés) que pour les habiletés intellectuelles (concept concret, concept défini, principe, résolution de problèmes). De plus, ces moyennes vont généralement en décroissant à l'intérieur de la hiérarchie.

L'élève de rythme 2, dans ce contexte, rencontre une première difficulté au niveau de la mémorisation des noms et les faits ou encore dans l'organisation des faits. Cette difficulté croît parallèlement à sa progression dans les capacités de la hiérarchie de Gagné (1976). C'est donc dire qu'au niveau du principe et de la résolution de problèmes, l'étudiant de rythme 2 rencontre une difficulté presque insurmontable. La bande dessinée, dans ce cadre, fournit une aide efficace pour les premiers niveaux de difficulté (information verbale, concept concret et concept défini). Comme les élèves de secondaire III et de rythme 2 semblent dépassés par les derniers échelons de la hiérarchie de Gagné (1976), la bande dessinée n'apporte aucune aide significative à ce niveau. Il est difficile de faire accéder quelqu'un à un niveau supérieur, s'il ne maîtrise pas les niveaux inférieurs.

L'élève de rythme 3, par contre, aborde assez facilement les premiers échelons des capacités de Gagné (1976). L'étude de noms, de faits ou de faits organisés ne cause généralement pas de difficultés à ce type d'étudiants. Il ne faut donc pas se surprendre de l'inutilité de la bande dessinée à ce niveau, car les individus de ce rythme y accèdent facilement. Le rythme 3 rencontre des

difficultés dans les derniers échelons de la hiérarchie de Gagné (1976), c'est-à-dire au niveau des habiletés intellectuelles de principe et de résolution de problèmes. La nécessité d'abstraire ou de concrétiser, de structurer, d'agencer et de découvrir font de la bande dessinée un soutien efficace à ce palier.

Quant au rôle moins significatif de la bande dessinée en rythme 3, nous l'expliquons non seulement par la hiérarchie des capacités de Gagné (1976), mais aussi par la composition de ce groupe d'étudiants et par leur personnalité. Il est normal de constater que les étudiants de rythme 3 rencontrent des difficultés d'apprentissage dans les habiletés intellectuelles qui occupent un des niveaux les plus élevés de la hiérarchie. Ne sont-ils pas les plus doués au plan intellectuel? Dans ce rythme, de plus, nous retrouvons normalement 23% de la clientèle étudiante qui se distribuent selon les pourcentages suivants: 12% en rythme 3 faible, 7% en rythme 3 moyen et 4% en rythme 3 fort (stanines 7, 8 et 9). Or, il est naturel de penser que les forts ne rencontrent pas de difficultés majeures. Les 12% d'élèves en rythme 3 faible constituent une clientèle qui se rapproche beaucoup de celle du rythme 2. Ces étudiants rencontreront des problèmes quasi-insurmontables, comme leurs confrères de rythme 2, dans les derniers échelons de la hiérarchie de Gagné (1976). Il reste donc, comme sphère d'influence à la bande dessinée, environ le tiers du rythme 3 (ou 7% de la population étudiante). Il ne faut pas se surprendre de la signification moins probante de la bande dessinée en rythme 3, surtout que notre expérience portait sur seulement 46 sujets de ce rythme. Comparativement à ces chiffres, mentionnons qu'en rythme 2 la bande dessinée a un potentiel d'influence pour l'information verbale sur les deux tiers de cette clientèle ou 34% de la population étudiante (voir annexe E).

En plus du nombre limité de sujets de rythme 3 que la bande dessinée peut aider dans l'apprentissage des habiletés intellectuelles, soulignons que les deux fiches respectent, jusqu'à un certain point, la personnalité des élèves de ce rythme. La fiche sans bande dessinée et la fiche avec bande dessinée permettent à l'élève de travailler à son rythme et de comprendre par son activité. Les élèves de rythme 3, en secondaire III, apprécient davantage cette démarche personnalisée selon les données obtenues dans l'analyse des profils d'apprentissage (voir tableaux 30 et 31). Ils ont la conviction de moins perdre de temps à attendre tout le monde, tout en étant plus actifs. Ce respect de l'autonomie de l'étudiant, qui se manifeste dans les deux documents, diminue du coup la manifestation de l'influence possible de la bande dessinée auprès des élèves les plus doués.

La signification réduite de l'influence de la bande dessinée en rythme 3, ne minimise pas son rôle important dans l'apprentissage des étudiants de rythme 2. Cette influence diversifiée s'explique, par contre, par la hiérarchie des capacités de Gagné (1976). Du coup cette hiérarchie se trouve justifiée car les élèves moins doués rencontrent des difficultés dans les échelons inférieurs de la hiérarchie, tandis que les plus doués se heurtent à un traitement semblable aux derniers paliers. La seconde hypothèse de ce travail ne tient pas compte du degré de difficultés des différentes capacités et de l'influence du rythme sur l'apprentissage de ces dernières. L'expérimentation vient donc nuancer et préciser cette seconde hypothèse. La bande dessinée favorise à des degrés divers, en rythme 2, l'apprentissage de noms, de faits, de concepts concrets et de concepts définis. En rythme 3, il existe une tendance vers les habiletés intellectuelles (concept concret, concepts définis, principes, résolution de problèmes). En somme, les résultats indiquent l'existence d'un champ privilégié d'influences de la bande dessinée (en rythme 3) que de nouvelles recherches pourraient contribuer à préciser.

9.3 Discussion en fonction de la troisième hypothèse

Les élèves des deux rythmes en secondaire III tirent un profit de la bande dessinée, mais pour l'acquisition de capacités différentes. Toutefois, les étudiants qui en bénéficient le plus ont des caractéristiques particulières à leur profil d'apprentissage, caractéristiques variant également avec le rythme. En rythme 2, l'élève auditif et travailleur familial réactionnel s'octroie les meilleurs gains, tandis qu'en rythme 3 c'est le visuel et travailleur groupal réactionnel qui en cumule.

La présence des auditifs en rythme 2 et des visuels pour l'autre rythme, s'explique par le fonctionnement intellectuel propre à chacun d'eux et le niveau de difficultés rencontrées. Le visuel cherche constamment à concrétiser le message. Un schéma, une image facilite son apprentissage. Au lieu de privilégier la réflexion, il préfère l'action pour trouver une réponse à ses problèmes. Il en résulte souvent une solution incomplète, car le visuel ne prend pas le temps nécessaire de s'assurer qu'il a les ressources pour mener à bonne fin l'action génératrice de cette solution. Enfin, le visuel a besoin de cadre, de structure, pour maîtriser davantage sa mémoire. L'auditif, par contre, réfléchit avant de poser une action. Il cherche donc constamment à abstraire et poursuit une explication succinte et bien synthétisée. Il intériorise tout ce qui se présente à lui, car il doit sentir les choses en profondeur pour pouvoir susciter des débats.

On peut émettre l'hypothèse qu'il existe une relation entre le niveau de difficulté affronté par l'élève et le sens qu'il privilégie. Comme nous l'avons vu précédemment, le rythme 2 améliore ses résultats aux plans de l'information verbale du concept concret et du concept défini. Généralement, ces capacités englobent des notions qu'on illustre à l'aide d'une image et qui demandent un

minimum de réflexion. L'effort de mémorisation est certainement supérieur. Ces qualificatifs touchent beaucoup le mode de pensée du visuel et très peu celui de l'auditif. Ce dernier doit réfléchir, intérioriser, abstraire. La bande dessinée intervient à ce niveau. Elle lui fournit du matériel qui l'aide dans sa démarche. Le discours des personnages, le déroulement de l'histoire, les différents contextes proposés par la bande dessinée se révèlent autant de soutiens à la réflexion, à l'abstraction. De plus, les explications de la bande dessinée sont concises, synthétisées, comme les aime l'auditif.

En rythme 3, le niveau de difficulté rencontré joue un rôle similaire pour le visuel. À ce rythme, les gains apparaissent dans les habiletés intellectuelles (concept concret, concept défini, principes et résolutions de problèmes). Nous atteignons les degrés les plus élevés de l'abstraction. Un élève déjà habitué à jouer dans l'abstraction rencontre moins de difficulté à assimiler des notions abstraites. C'est le cas de l'auditif. Par contre, le visuel se trouve démuni en pénétrant dans ce monde de réflexion. Il a besoin d'aide pour concrétiser ces notions abstraites. La bande dessinée, donc, lui apporte les images, les schémas qui illustrent les idées, les concrétisent... De plus, avec la bande dessinée, le visuel peut reprendre en tout temps les notions non assimilées. Il peut revenir à zéro comme il aime si bien le faire. En plus de donner des images, la bande dessinée concrétise aussi les notions en présentant des applications. En somme, en rythme 3, le visuel trouve dans la bande dessinée le support nécessaire pour concrétiser des notions abstraites, cheminement indispensable à l'assimilation de ces notions.

Quant à la deuxième caractéristique du profil d'apprentissage, il existe une relation entre cette caractéristique et la personnalité des étudiants de chaque rythme. En rythme 2, c'est le travailleur familial réactionnel qui améliore

davantage sa note avec la bande dessinée, alors qu'en rythme 3, c'est le travailleur groupal réactionnel.

Nous remarquons, en premier lieu, que les deux groupes s'opposent à quelque chose, tout comme la bande dessinée le fait par rapport à la fiche traditionnelle. De plus, les élèves de secondaire III et de rythme 2 résistent généralement à l'autorité. Ils cherchent à s'affirmer. En général, dans ce contexte, ils font davantage confiance au groupe qu'à eux-mêmes. Ils ne s'établissent pas de cadre personnel de travail ni une politique d'utilisation du temps. Ils préfèrent faire un peu comme "tout le monde fait". Ils ne se prennent pas en main et suivent souvent le courant imposé par d'autres. Dans l'apprentissage, ils ont horreur des contraintes. La bande dessinée respecte ces caractéristiques. Elle peut favoriser le travail en équipe par les discussions, par les échanges de perspectives nécessaires à sa compréhension. L'élève peut également parcourir la bande dessinée à son rythme, car elle lui fournit les renseignements utiles à cet effet.

L'élève de rythme 3 conteste aussi l'autorité. Il ne faut donc pas se surprendre que les deux groupes de rythme 3 soient majoritairement composés de familiaux réactionnels (voir les tableaux 30 et 31). Cependant, à ce rythme, l'élève fait plus confiance à ses possibilités personnelles, à son talent. Il accorde moins d'importance à la démarche des confrères ou consoeurs. Il est, en quelque sorte, jaloux de ses résultats. La fiche avec bande dessinée respecte aussi bien ces caractéristiques que la fiche traditionnelle. Avec la bande dessinée, l'élève peut se débrouiller facilement seul. Les informations supplémentaires fournies par le professeur ou un autre élève sont moins indispensables qu'avec la fiche traditionnelle. La bande dessinée respecte donc le souci d'affirmation de l'étudiant et ce dernier prend une conscience accrue de ses possibilités.

En fonction de la troisième hypothèse, nous constatons en premier lieu une précision au niveau de la clientèle visée. Cette hypothèse n'accorde pas d'importance au rythme d'apprentissage. Or, il semble que ce dernier joue un rôle, car en rythme 2, l'élève simultanément auditif et travailleur familial réactionnel progresse davantage, alors qu'en rythme 3, c'est le visuel et le travailleur groupal réactionel. L'hypothèse de départ affirmait que le visuel et le travailleur groupal réactionnel en profiteraient davantage. En deuxième lieu, nous constatons la présence de deux erreurs dans la prédiction de la clientèle favorisée. Nous pensions que nos étudiants étaient inductifs, au niveau de secondaire III. Or, selon les résultats du LAM - 3 - ON (Lamontagne, 1982), très peu d'étudiants sont inductifs (voir les colonnes intensif, relationnel, différentiel et évaluateur des tableaux 28, 29, 30, 31). Ces résultats s'expliquent, peut-être, par le fait que les élèves ont adopté un mode déductif de pensée, suite aux programmes et aux types d'enseignement auxquels ils ont été soumis. Il est également possible que la bande dessinée utilisée dans l'expérimentation soit moins inductive qu'on veuille bien le croire. Ayant été élaborée par une personne favorisant la pensée déductive, la bande dessinée sollicite probablement un raisonnement déductif. La seconde erreur provient de la prédiction voulant que la bande dessinée avantage le travailleur individuel. Or, les deux documents utilisés favorisent ce type d'étudiant. La fiche traditionnelle comme la fiche avec bande dessinée cherchent à rendre l'étudiant de plus en plus autonome dans son cheminement. Il est donc difficile d'observer une différence significative entre les groupes travaillant avec ou sans bande dessinée, à ce niveau.

CHAPITRE X

CONCLUSION

10.1 Synthèse des résultats obtenus

L'analyse des résultats montre que les classes qui travaillent avec la bande dessinée obtiennent de meilleures notes, à un examen, comparées à celles qui n'utilisent pas la bande dessinée. Cette première conclusion s'appuie sur la confirmation non équivoque de notre première hypothèse de travail.

Cependant, cet avantage au plan des résultats scolaires ne s'explique pas par un accroissement de la maîtrise des mêmes capacités pour tous les sujets. Nous avons remarqué l'existence d'une relation entre le rythme d'apprentissage, les capacités acquises et les caractéristiques du profil d'apprentissage. En rythme 2, les élèves travaillant avec la bande dessinée réussissent mieux les questions portant sur l'information verbale, le concept concret et le concept défini. Toutefois, l'influence de la bande dessinée est significative uniquement pour les capacités de faits et de concepts définis. En rythme 3, ces pourcentages supérieurs de réussite se manifestent au niveau du concept concret, du concept défini, des principes et de la résolution de problèmes. Même si les questions de principes et de résolution de problèmes maximisent l'écart entre les deux groupes de rythme 3, aucun de ces résultats n'est statistiquement significatif. Les auditifs et les travailleurs familiaux réactionnels réussissent les meilleurs gains en rythme 2. Au rythme 3,

c'est l'élève à la fois visuel et travailleur groupal réactionnel qui s'illustre à ce niveau.

10.2 Portée de la recherche et conséquences pour l'enseignement

Cette variation des capacités acquises en fonction du rythme d'apprentissage révèle, à notre avis, l'importance de l'existence de classes homogènes. Il est plus naturel d'essayer de corriger un type de faiblesse que de tenter de tout améliorer en même temps. De plus, la variation des caractéristiques du profil d'apprentissage des élèves favorisés par la bande dessinée nous invite à multiplier le matériel didactique dans le but d'aider le plus grand nombre possible d'étudiants. Cependant, la réforme actuelle de notre système scolaire semble vouloir ignorer ces deux points. Dans L'École Québécoise - énoncé de politique et plan d'action (Gouvernement du Québec, 1979: 145), on annonce la disparition des voies d'apprentissage tout en encourageant ouvertement la création de classes hétérogènes. Au niveau du matériel didactique, on propose un même volume correspondant à un même programme et dont l'assimilation sera vérifiée par un même examen pour tout le monde. Cette négation de l'existence des rythmes d'apprentissage et cette unification du matériel didactique vont à l'encontre des résultats de cette étude. Il est donc permis de douter de l'influence bénéfique de cette réforme sur l'amélioration de la compréhension et l'augmentation du taux de réussite des étudiants.

10.3 Suggestions

En conclusion, les suggestions qui pourraient être utiles dans la planification de recherches éventuelles sont de deux ordres. Il serait intéressant, par exemple,

de construire deux bandes dessinées (une pour chaque rythme). Dans le rythme 2, en variant et en multipliant les situations servant d'approche aux capacités du groupe des habiletés intellectuelles, on pourrait constater une amélioration à ce niveau. Au rythme 3, une insistance moins grande sur l'illustration des capacités de la catégorie des informations verbales combinée à une illustration plus juste, plus fouillée des habiletés intellectuelles pourraient engendrer un accroissement de l'écart entre les groupes ayant accès à la bande dessinée et ceux qui en sont privés. Si les tests varient en fonction des rythmes, pourquoi la bande dessinée ne suivrait-elle pas la même orientation?

À la construction d'une bande destinée à chacun des rythmes s'ajoute, comme deuxième suggestion, l'étude de la variation du taux de motivation. Si la bande dessinée motive davantage l'étudiant, il ne faut donc pas se surprendre de son influence bénéfique sur les résultats scolaires. Toutefois, il est permis de croire que, même si la motivation joue un rôle dans l'accroissement de la performance, cet accroissement est uniforme pour toutes les catégories d'habiletés et d'informations. La construction de bandes dessinées propres à chaque rythme contribuerait à vérifier l'importance des rôles spécifiques joués par la bande dessinée au niveau didactique.

BIBLIOGRAPHIE

Apéry, Roger, 1982, "Mathématique constructive", Penser les mathématiques, Paris: Éditions du Seuil.

Barrera-Vidal, Albert, 1977, "Enseignement par la bande dessinée du français langue étrangère", Les Actes du 1er colloque international éducation et bande dessinée (Lecture et bande dessinée), La Roque d'Antheron, Edisud.

Binette, Jacques et Al, 1979, Les aventures de Loi-Ouaron la grenouille-justicière, Service de l'information, Commission des services juridiques, Montréal.

Blanchard, Gérard, 1975, "Textes, images et lieux de mémoire", Communications et langages, no 28, 4e trimestre 1975, p. 45

Blanche, Robert, 1967, L'axiomatique, Paris: Presses universitaires de France.

Borrell, A., Nespoulous, J.-L., 1973, "Une tentative d'utilisation de la bande dessinée pour la rééducation des aphasiques", Haga, no 4, Février et mars, p. 18.

Bourbaki, Nicolas, 1962, "L'architecture des mathématiques", Les grands courants de la pensée mathématique, Librairie scientifique et technique, Albert Blanchard: nouvelle édition augmentée.

Davry, Ivan, 1973, "Pourquoi nous étudions les bandes dessinées en classe - Comment nous réalisons des bandes dessinées", L'Éducateur, Département Presse de l'Institut coopératif de l'école moderne - Pédagogie Freinet, 1er décembre.

Dieudonné, Jean, 1962, "Les méthodes axiomatiques modernes et les fondements des mathématiques", Les grands courants de la pensée mathématique, Librairie scientifique et technique, Albert Blanchard: nouvelle édition augmentée, p. 543.

Dieudonné, Jean, 1982, "Mathématiques vides et mathématiques significatives", Penser les mathématiques, Paris: Éditions du Seuil.

Dubreil, Paul, 1962, "L'histoire des nombres mystérieux", Les grands courants de la pensée mathématique, Librairie scientifique et technique, Albert Blanchard: nouvelle édition augmentée, p. 99.

Farid, Georges, 1980, Exploitation pédagogique de la bande dessinée, Hull: Éditions Ville-Marie.

Gagné, R.M., 1965, The Conditions of Learning (2e éd.), New-York: Holt, Rinehart and Winston Inc.

Gagné, R.M., 1976, Les principes fondamentaux de l'apprentissage - application à l'enseignement, Montréal: Les Éditions HRW Ltée, (traduction de Robert Brien et Raymond Paquin).

Gouvernement du Québec - Ministère de l'Éducation, 1979, L'École Québécoise - énoncé de politique et plan d'action, Éditeur officiel du Québec.

Institut national de recherche et de documentation pédagogiques, 1971, "Actualités, La bande dessinée", Textes et documents pour la classe, no 74, 24 avril, p. 16.

Joly, Richard, 1982, La bande dessinée: un instrument d'apprentissage de la mathématique dans un enseignement par fiches au secondaire, rapport présenté au cours de Méthodes de recherches, Université du Québec à Trois-Rivières, Trois-Rivières.

La Borderie, René, 1972, Les images dans la société et l'éducation, Paris, Casterman.

Langlois, Richard, 1980, "Vivre avec la bande dessinée au XX^{e} siècle", Des Livres et des Jeunes, Volume 2, no 5, février, Sherbrooke.

Lamontagne, Claude, 1982(a) Glossaire succint pour l'analyse et l'interprétation du profil d'apprentissage, St-Hubert: Institut de recherche sur le profil d'apprentissage, inc.

1982(b) Glossaire des termes-clefs du profil d'apprentissage, St-Hubert: Institut de recherche sur le profil d'apprentissage, inc.

Lamontagne, Claude, G. Lamontagne et J.-M. Lamy, 1982, Test pour la détermination du style d'apprentissage 2^{e} éd. rév.), LAM-3-ON, St-Hubert, P. Québec.

Laquerre, Gérard, 1976, "Une histoire de π", Bulletin a.m.q., volume XVI, no 6, p. 11.

Laulan, Anne-Marie, 1978, "L'écrit et l'image: réalité de deux impérialismes", Communications et langages, no 38, 2^{e} trimestre 1978, p. 7.

Lessoil, Béatrice, R. Lafontaine, 1982, L'univers des auditifs et des visuels (3^{e} éd.), Québec: Éditions du Nouveau Monde.

Lunkenbein, Dieter, 1979, "Qu'est-ce que la didactique de la mathématique?", Bulletin a.m.q., vol. XIX, no 2.

Meunier-Tardif, Ghislaine, 1979, Le principe de Lafontaine, Montréal: Libre expression.

Mossmann, François, 1978, "Les copains de la Coopé racontés par l'auteur", Animation et Éducation, no 22, Janvier-février, p. 14.

Petit, Jean-Pierre, 1980, Si on volait, Tournai: Librairie Classique Eugène Bélin.

Petit, Jean, 1982(a), Le géométricon, Tournai: Librairie Classique Eugène Bélin.

1982(b), L'informagique, Tournai: Librairie Classique Eugène Bélin.

Rollet, Georges, 1977, Parler et écrire avec la bande dessinée", Les actes du 1e colloque international éducation et bande dessinée (Lecture et bande dessinée), La Roque d'Antheron, Édisud, pp. 92-99.

Roux, Antoine, 1970, La bande dessinée peut être éducative, Paris: Éditions de l'École.

Smith, J.G., P. Mathieu et G. Breton, 1983(a), Mathématique au secondaire BMS1, Montréal: Les Éditions HRW Ltée.

1983(b), Mathématique au secondaire BMS2, Montréal: Les Éditions HRW Ltée.

Tisseron, Serge, 1977, "La bande dessinée peut-elle être pédagogique?", Communications et langages, no 35, 3e trimestre.

ANNEXE A

Présentation des conventions utilisées

et fiche avec bande dessinée

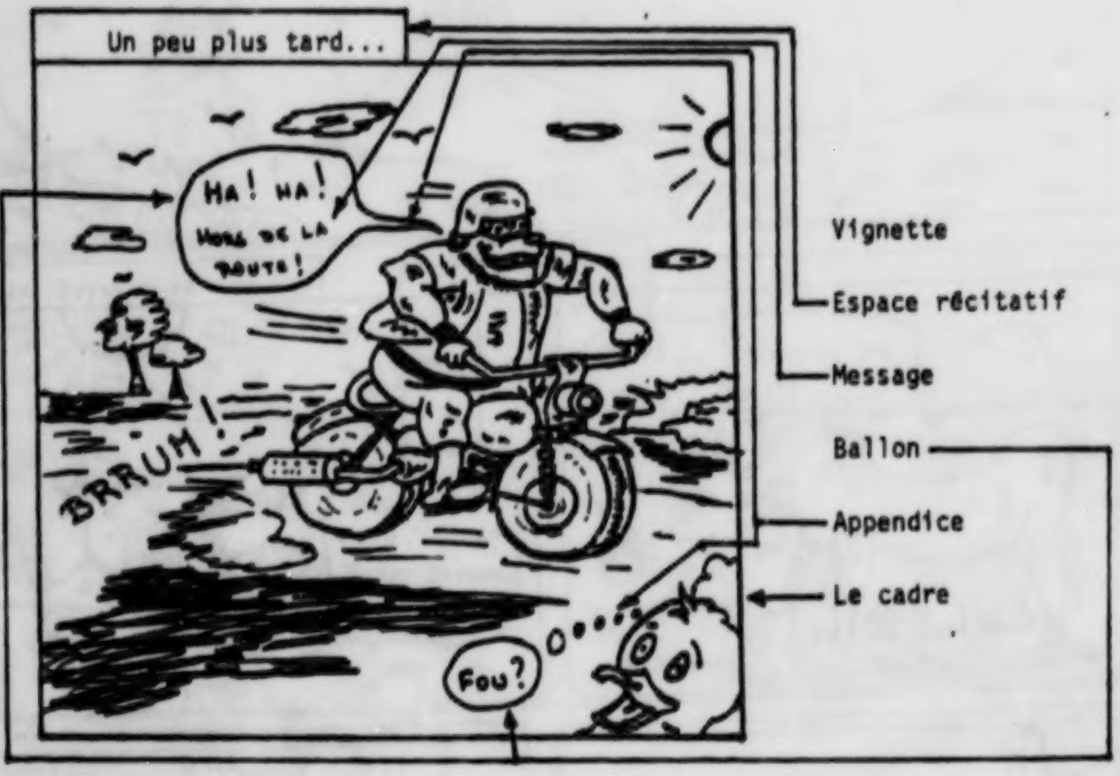
Présentation des conventions utilisées

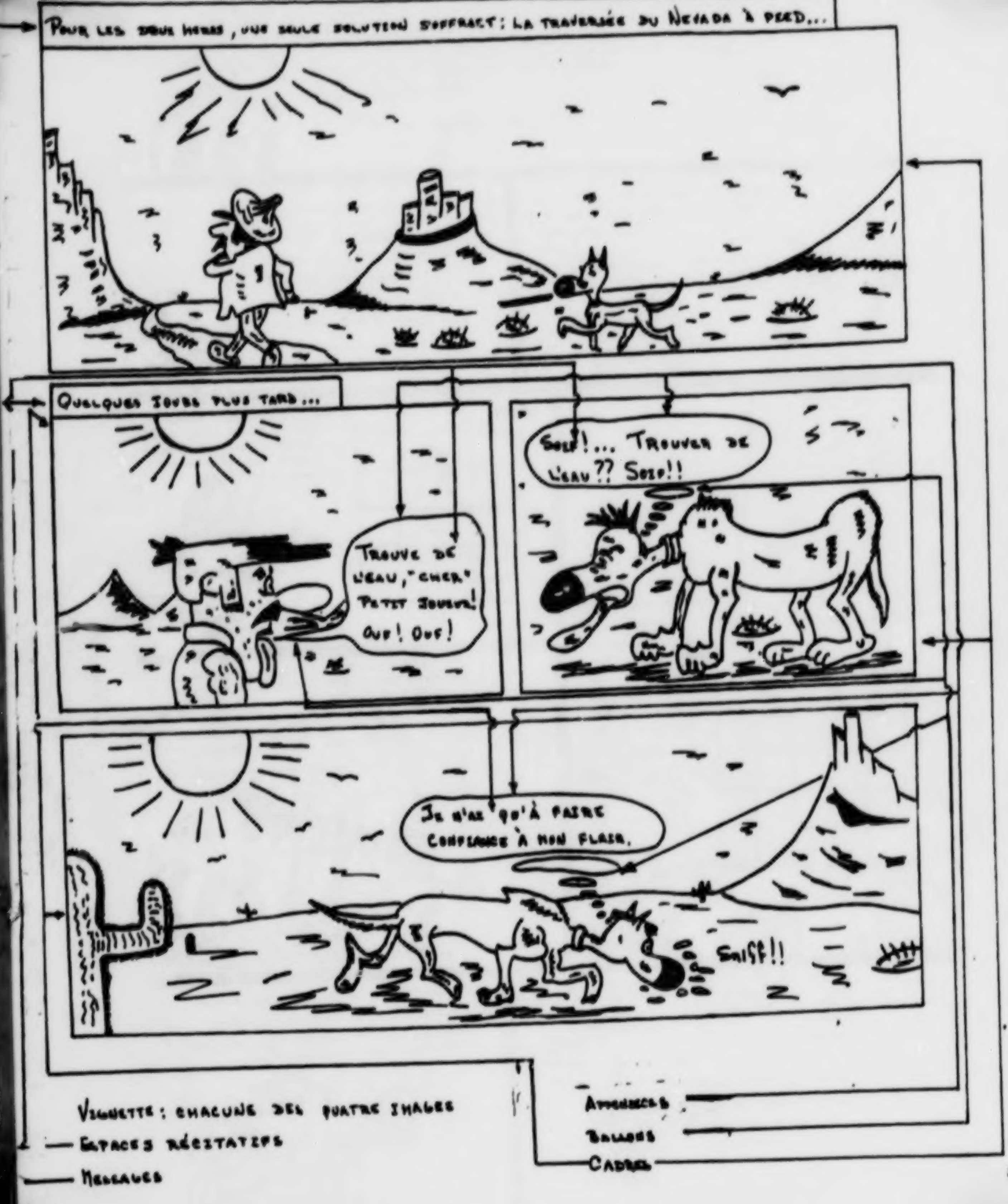
INTRODUCTION

À LA

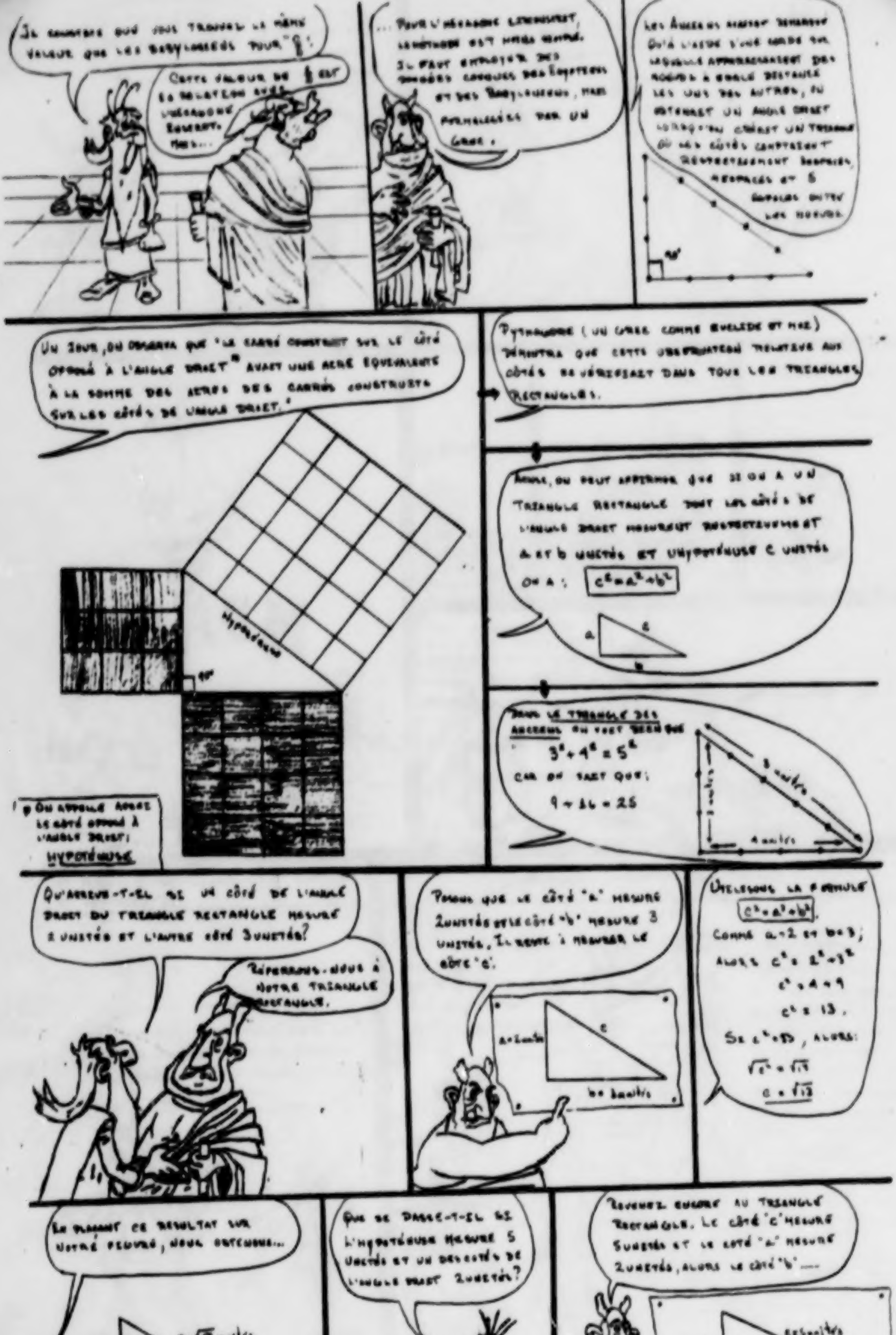
LECTURE

DE LA BANDE DESSINÉE


Un peu plus tard...
HA! HA! HORS DE LA ROUTE!
BRRUM!
Fou?
Vignette
Espace récitatif
Message
Ballon
Appendice
Le cadre


Pour les deux héros, une seule solution s'offrait: la traversée du Nevada à pied...
Quelques jours plus tard...
Trouve de l'eau, "cher" petit joujou! Ouf! Ouf!
Sniff!... Trouver de l'eau?? Sniff!!
Je n'ai qu'à faire confiance à mon flair.
Sniff!!
Vignette: chacune des quatre images
Espaces récitatifs
Appendices
Ballons
Cadre

EST-CE QUE ÇA VEUT DIRE QU'UN RECTANGLE DONT LES CÔTÉS MESURENT RESPECTIVEMENT 3CM ET 4CM A UNE AIRE DE (3CM)(4CM) OU 12 CM CARRÉS ?
4CM
C'EST ÇA ! EN D'AUTRES MOTS, IL ENTRE 12 PETITS CARRÉS DE 1CM DE CÔTÉ DANS UN RECTANGLE DONT LES CÔTÉS MESURENT 3CM ET 4CM.
EST-CE QU'ON UTILISE LE MÊME PROCÉDÉ POUR CALCULER L'AIRE D'UN CARRÉ ?
PROBABLEMENT ! VÉRIFIONS À L'AIDE DE CONSTRUCTIONS !
VOICI UNE MOSAÏQUE DONT LES CÔTÉS MESURENT 4CM. ON Y RETROUVE 16 CARRÉS DE 1CM DE CÔTÉ.
4CM
4CM
QUANT À LA BASE DE L'OBÉLISQUE, ELLE A LA FORME D'UN CARRÉ DE 5M DE CÔTÉ. ON Y DÉNOMBRE AUSSI 25 BLOCS DE PIERRE DE FORME CARRÉE, DE 1M DE CÔTÉ.
5M
5M
CES DEUX EXEMPLES NOUS PERMETTENT DE CONSTATER QUE L'AIRE D'UN CARRÉ S'OBTIENT EN ÉLEVANT AU CARRÉ LA MESURE D'UN CÔTÉ.
POURQUOI PARLER DE CARRÉS ? NOUS NOUS INTÉRESSONS AUX OBJETS RONDS.
POUR RÉPONDRE À VOTRE QUESTION, M. PANORAMIX IL VA FALLOIR RETOURNER DANS UNE DES PIÈCES DE MA MAISON.
QUELQUES INSTANTS PLUS TARD ...
NOS ANCÊTRES ONT CERTAINEMENT PRIS, COMME À BABYLONE, LA MÉTHODE DE LA CORDE POUR ÉVALUER LA CIRCONFÉRENCE. CEPENDANT, ILS ONT VOULU PRÉCISER DAVANTAGE LE RAPPORT "C/D" ET POUR CELA, ILS SE SONT INTÉRESSÉS À L'AIRE DU CERCLE. CES DOCUMENTS NOUS RENSEIGNERONT SUR LEUR DÉMARCHE.


Un jour, on observa que "le carré construit sur le côté opposé à l'angle droit* avait une aire équivalente à la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit."
Hypoténuse
90°
* On appelle aussi le côté opposé à l'angle droit: hypoténuse
Pythagore (un Grec comme Euclide et moi) démontra que cette observation relative aux côtés se vérifiait dans tous les triangles rectangles.
Ainsi, on peut affirmer que si on a un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement a et b unités et l'hypoténuse c unités on a : $c^2 = a^2 + b^2$
a
c
b
Dans le triangle des anciens on voit bien que $3^2 + 4^2 = 5^2$ car on sait que: $9 + 16 = 25$
Qu'arrive-t-il si un côté de l'angle droit du triangle rectangle mesure 2 unités et l'autre côté 3 unités?
Référons-nous à notre triangle rectangle.
Posons que le côté "a" mesure 2 unités et le côté "b" mesure 3 unités. Il reste à mesurer le côté "c".
c
Utilisons la formule $c^2 = a^2 + b^2$. Comme $a = 2$ et $b = 3$; alors $c^2 = 2^2 + 3^2$
$c^2 = 4 + 9$
$c^2 = 13$.
Si $c^2 = 13$, alors:
$\sqrt{c^2} = \sqrt{13}$
$c = \sqrt{13}$
En plaçant ce résultat sur notre figure, nous obtenons...
c = √13 unités
b = 3 unités
Que se passe-t-il si l'hypoténuse mesure 5 unités et un des côtés de l'angle droit 2 unités?
Revenez encore au triangle rectangle. Le côté "c" mesure 5 unités et le côté "a" mesure 2 unités, alors le côté "b" ...
c = 5 unités

ÇA DOIT ÊTRE UNE SOURCE, CAR ON EST SI PRÈS DU FLEUVE!
IDÉFIX PEUT TROUVER N'IMPORTE QUOI!
GRAT! GRAT!
BRRRRAAAAOOOBUUUMM
?
GRAT! GRAT!
BRAOM
POUAH! DE L'EAU IMBUVABLE!
CE N'EST PAS DE L'EAU, C'EST DE L'HUILE DE ROCHE!
REMPLISSONS L'OUTRE D'HUILE DE ROCHE! UNE PORTION DE NOTRE MISSION SERA REMPLIE.
ET PENDANT QU'ASTÉRIX, OBÉLIX ET IDÉFIX SE NETTOIENT.....
REVENONS AU TEMPLE OU À LA TOUR DE BABEL. JE VAIS PARLER À SAÜL DE VOTRE DÉSIR D'ALLER EN EGYPTE.
QUELQUES INSTANTS PLUS TARD...
SAÜL, CES MESSIEURS VOUDRAIENT ALLER EN EGYPTE POUR EN CONNAÎTRE PLUS SUR ET LA MATHÉMATIQUE!
RIEN DE PLUS FACILE. ILS N'ONT QU'À LEURS CHAMEAUX LÀ OÙ ILS LES ONT LAISSÉS. DE PLUS, EN EGYPTE, ILS N'AURONT QU'À SE RAPPORTER À MON COUSIN MOÏSE QUI TRAVAILLE POUR L'ARCHITECTE NUMÉRES

Fiche avec bande dessinée

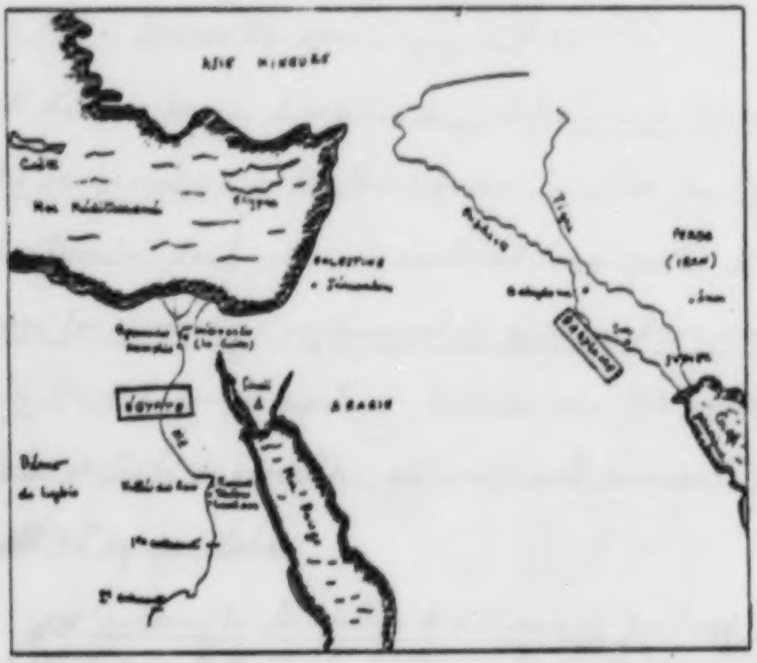
A) La géométrie

a) L'origine de la géométrie

C'est dans le but de résoudre des problèmes pratiques (construction de temples, de pyramides, ...) que l'homme développa cette branche des connaissances appelée "géométrie". Ce mot géométrie origine du Grec et signifie "mesure de la terre". Même si le nom de la science est d'origine grecque, il n'en reste pas moins que les Grecs ne sont pas les inventeurs de la géométrie. En effet, près de 5000 ans avant Jésus-Christ les Babyloniens (peuple vivant dans la vallée du Tigre et de l'Euphrate (voir la carte de la page suivante) maîtrisaient certaines techniques de mesure des figures planes. Disons qu'ils pouvaient approximer la circonférence d'un cercle (π valait pour eux 3), le volume d'un tronc de cône ... Cependant, ils calculaient avec exactitude l'aire d'un triangle, celle d'un trapèze et connaissaient le théorème de Pythagore (la relation existant entre les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle et le côté opposé à l'angle droit et appelé hypoténuse).

Les Egyptiens, peuple habitant l'Egypte, portèrent ensuite la géométrie à un plus haut sommet de développement. Non seulement pouvaient-ils évaluer l'aire de figures planes et de certains volumes; mais ils pouvaient également calculer le rapport de la base horizontale de la pyramide à sa

CARTE DE L'ASIE MINEURE[1]



hauteur (rudiment de la trigonométrie). Cependant, si les Égyptiens avaient découvert un bon nombre de procédés qui leur permettaient de calculer des aires ou des volumes, ils ne s'intéressaient pas aux principes et aux théories qui pouvaient expliquer l'existence de ces procédés.

Voici un exemple de solution de problèmes par les Égyptiens. Remarquez qu'ils ne donnent aucune raison justifiant leur procédé.

"Si l'on vous dit: une pyramide tronquée de h=6 et de base 4 et 2; vous devez prendre le carré de 4 qui donne 16, puis doubler 4 pour donner 8, prendre le carré de 2 qui

1) Collette, Jean-Paul, Histoire des mathématiques, Éditions du Renouveau Pédagogique Inc. 1973, p. 14

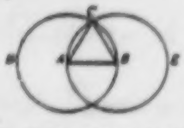
donne 4, ajouter 16 et 8 et 4 pour donner 28; prendre $\frac{1}{3}$ de 6 qui donne 2, prendre 28 deux fois pour donner 56; vous voyez c'est 56". (2)

C'est dans ce dernier domaine, <u>la justification de l'existence des procédés ou formules</u>, que les Grecs prirent la relève des Egyptiens. Les Grecs traçaient des figures, en étudiaient les propriétés et <u>s'efforçaient de trouver les raisons qui expliquaient la présence d'un procédé ou d'une formule</u>. C'est dans cet esprit qu'Euclide vers 300 avant Jésus-Christ, écrivit le 1er traité de géométrie qui nous soit parvenu. Même de nos jours, ce traité est encore utilisé.

<u>Voici un exemple de solution de problèmes par les Grecs.[3]</u>
<u>Remarquez la présence des preuves et le raisonnement logique.</u>

Proposition I.1: <u>Sur une droite donnée et finie construire un triangle équilatéral.</u>

Soit AB la droite donnée et finie. On cherche à construire un triangle équilatéral sur AB. Avec le centre en A et la distance AB on décrit le cercle BCD. [Postulat 3]



Avec le centre en B et la distance BA on décrit le cercle ACE. [Postulat 3] et du point C, point d'intersection des cercles, aux points A, B, on trace les lignes droites CA, CB. [Postulat 1]

Maintenant, puisque le point A est le centre du cercle CDB

AC est égal à AB [Définition 15]

Encore, puisque le point B est le centre du cercle CAE,

BC est égal à BA [Définition 15]

Mais on a déjà prouvé que CA est égal à AB, de plus chacune des droites CA, CB est égale à AB.

Et les choses qui sont égales à la même chose, sont égales entre elles. [Notion commune 1]

Ainsi CA est aussi égal à CB.

De plus, les trois droites CA, AB, BC sont égales entre elles. Alors le triangle ABC est équilatéral, et il a été construit sur la droite donnée et finie AB.

Ce qu'il fallait faire.

---

2) Collette, Jean-Paul; <u>Histoire des mathématiques</u>, Editions du Renouveau Pédagogique Inc., 1973, p. 41

3) Ibidem, p. 70

b) La géométrie que nous allons étudier

Le genre de géométrie que les Babyloniens et les Egyptiens élaboraient s'appelle "géométrie pratique" ou géométrie intuitive : Cette espèce de géométrie se développe à l'aide de mesure, de construction de figures.

Les Grecs, pour leur part, firent de cette géométrie intuitive une "géométrie théorique" ou géométrie déductive" : A l'aide de quelques énoncés simples, admis au départ, ils peuvent déduire par le raisonnement de nombreux autres énoncés et justifier logiquement les résultats obtenus dans la géométrie intuitive.

Notre approche de la géométrie sera plus intuitive que déductive. Dans bien des cas, nous allons refaire une démarche semblable à celle des Egyptiens et des Babyloniens. Nous observerons d'abord des faits géométriques à l'aide de constructions de figures. Ensuite, nous formulerons des énoncés généraux. Nous en dégagerons également de nombreuses conséquences. Par la suite, nous démontrerons les propriétés découvertes et nous nous rapprocherons, à ce moment-là, de la géométrie des Grecs ou de la géométrie déductive.

c) Avantages de l'étude de la géométrie.

Pourquoi étudier la géométrie? Pour répondre à cette question, nous allons citer le volume "Géométrie plane" publié par les Frères de

<u>l'Instruction chrétienne</u>.[a] Nous y trouvons :

« On s'est rendu compte que la géométrie forme à la précision, crée ou améliore des méthodes de raisonnement, fortifie le jugement en habituant à distinguer le principal de l'accessoire, développe la capacité d'abstraction, l'esprit d'analyse et de recherche, le sens critique et l'esprit scientifique. De plus, la géométrie, et en général les mathématiques, préparent à une plus juste compréhension de notre civilisation moderne caractérisée par le progrès scientifique. »

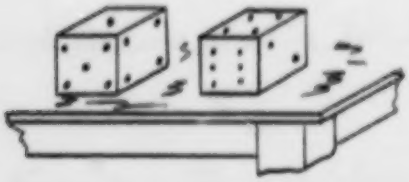
B) <u>Étude de la géométrie</u>

a) <u>L'objet d'étude de la géométrie.</u>

Beaucoup de gens, à cause de leur profession, regardent le monde d'une manière particulière. Le peintre, le décorateur, l'ingénieur sont des gens qui attachent énormément d'importance aux caractéristiques physiques des objets. Ils sont d'abord frappés par la couleur, l'aspect, le poids, la solidité et la résistance des objets.

Le géomètre n'échappe pas à cette remarque. Il visionne le monde <u>à l'aide du miroir que lui impose la géométrie</u>. Pour le géomètre, la couleur, le poids, la solidité et la résistance des objets sont des <u>caractéristiques peu importantes</u>. Ce qui compte, c'est la forme des objets, leur nature, la surface qui les porte. De plus, il explique leur constitution d'une manière peu commune. Donnons un exemple qui va illustrer notre raisonnement. Disposons deux dés sur une table.

a) Les Frères de l'Instruction chrétienne, <u>Géométrie plane</u>, La Prairie, P.Q., 1961 p. 9



Ainsi, à la vue de ses dés, un jeune joueur de Monopoly verra l'occasion d'avancer d'un nombre de cases bien défini. Un détective, par contre, qui découvrirait ces dés sur le lieu d'une enquête essaierait d'y relever des empreintes digitales. Le géomètre, lui, a des réactions qui révèlent des intérêts différents. Il s'intéresse plutôt à la forme des dés. Pour lui les dés sont des solides (ou des corps dans l'espace) déposés sur une surface plane. De plus, il s'imagine les dés constitués de points, de droites, limités par des plans et occupant un espace bien déterminé. Par contre, que sont les points, les droites, les plans, l'espace?

Pour répondre à cette question, nous allons nous pencher sur la structure de la géométrie.

b) Une structure de la géométrie

Nous avons déjà dit que la géométrie que nous allons étudier est la géométrie est la géométrie des Gres ou une géométrie déductive. Cependant, nous avons également affirmé que cette géométrie déductive sera abordée d'une manière semblable à celle des Babyloniens et des

Égyptiens : d'une manière expérimentale ou intuitive. Cette approche intuitive va donc nous permettre d'étudier une structure déductive. Un système déductif comprend les éléments suivants :

1°) les termes primitifs (non définis)

2°) les définitions (termes définis)

3°) les énoncés primitifs (acceptés comme vrais)

4°) les théorèmes (qui doivent être démontrés).

Dans les prochaines pages, nous allons essayer de vous préciser le sens de ces mots et de montrer leur utilité. Nous allons prendre l'exemple de l'évolution du calcul de π et montrer en quoi cette structure déductive de la mathématique peut avoir influencé le degré de précision de notre connaissance de π.

c) Exercices.

c.1) De quelle langue origine le mot géométrie ?

c.2) Que signifie le mot géométrie ?

c.3) Quel peuple fut probablement le premier à faire de la géométrie ?

c.4) Dans quels domaines ce peuple avait-il obtenu des résultats remarquables ?

c.5) Que pouvaient calculer les Égyptiens ?

c.6) Trouve une faiblesse dans l'approche égyptienne de la géométrie.

c.7) Dans quels domaines les Grecs excellent-ils en géométrie ?

c.8) Quel est le nom du géomètre grec qui écrivit le premier traité de géométrie qui nous soit parvenu ?

c.9) Quel genre de géométrie les Babyloniens et les Égyptiens élaborèrent-ils ?

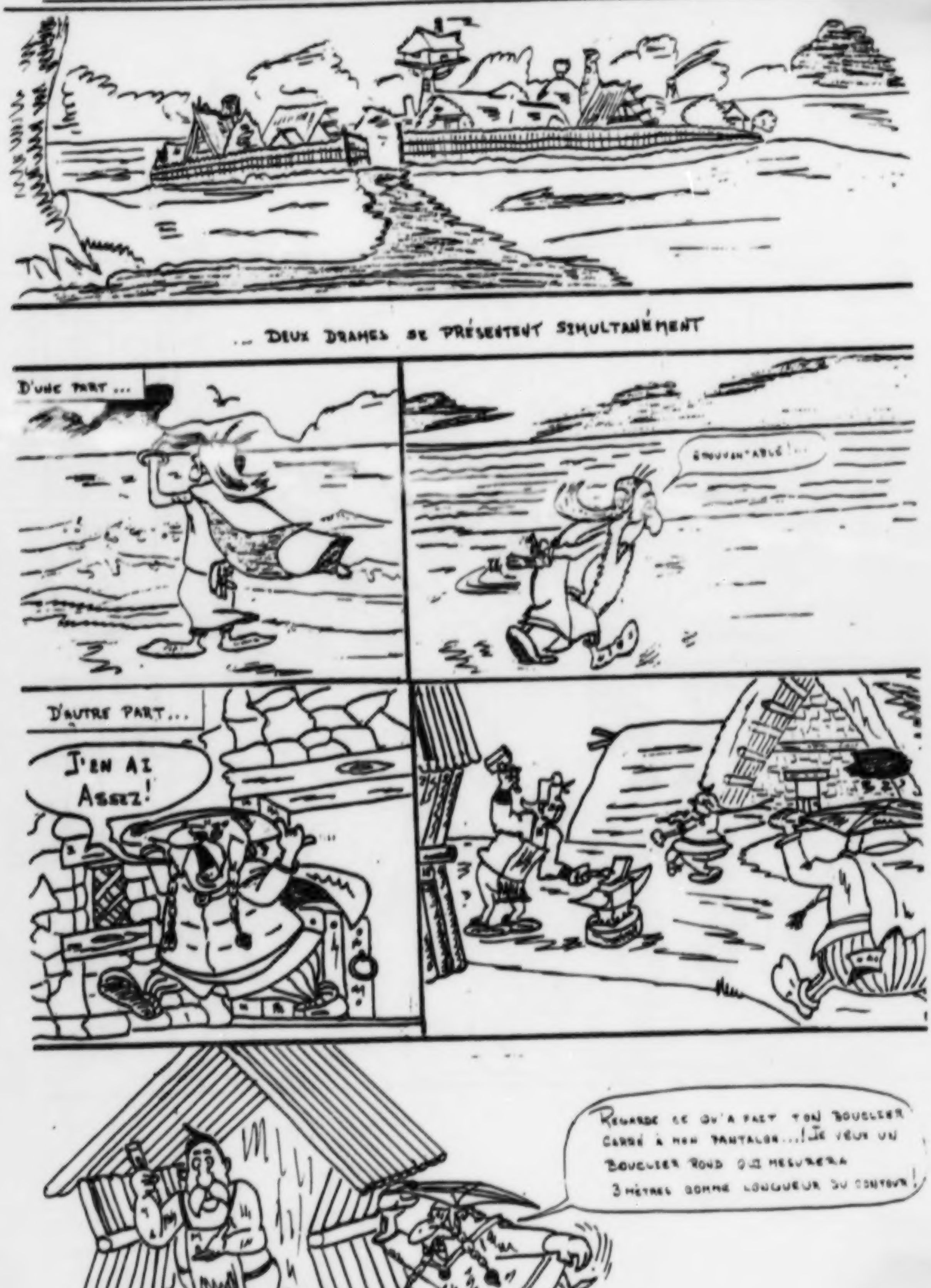
c.10) Quel genre de géométrie les Grecs élaborèrent-ils ?

c.11) Allons-nous étudier une géométrie uniquement intuitive ?

c.12) Quels sont les éléments d'un système déductif.

C) Étude de la structure géométrique.

(suite, autre feuille).

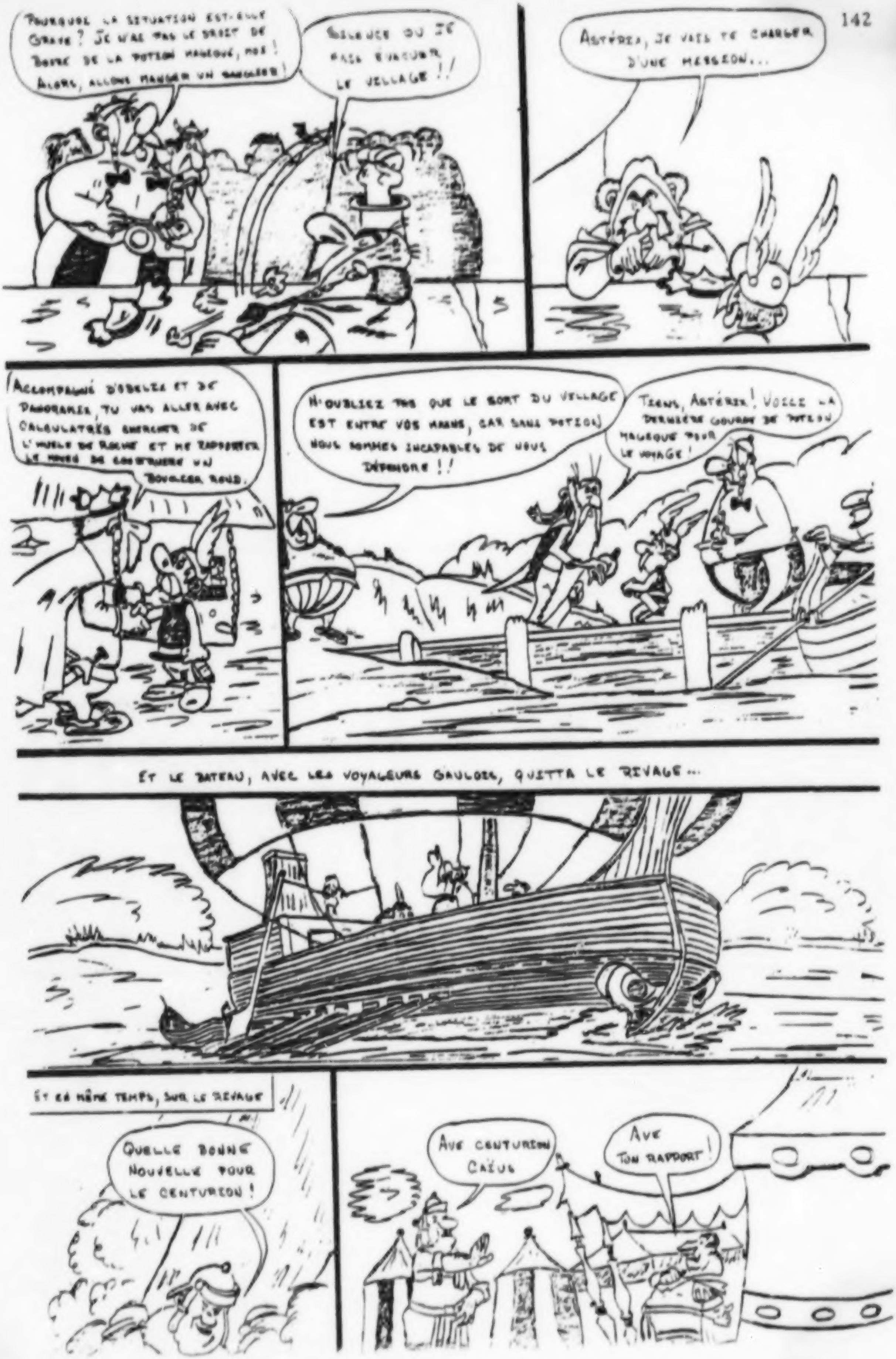

... DEUX DRAMES SE PRÉSENTENT SIMULTANÉMENT
D'UNE PART ...
D'AUTRE PART...
J'EN AI ASSEZ!
REGARDE CE QU'A FAIT TON BOUCLIER CARRÉ À MON PANTALON...! JE VEUX UN BOUCLIER ROND QUI MESURERA 3 MÈTRES COMME LONGUEUR DU CONTOUR!

TU RIGOLES? D'AILLEURS, JE NE SAIS PAS COMMENT FAIRE POUR TRACER UN ROND DONT LE TOUR MESURERA 3 MÈTRES.
REGARDE MON BOUCLIER
UN QUART DE TOUR.
BLOING! BLOING! BLOING!
??
BLOING!
BANG!
PAFF!
QUE SE PASSE-T-IL?
OH! LE CHEF DÉSIRE UN BOUCLIER ROND!
POURQUOI NE PAS UTILISER UN MENHIR? MOI, JE N'UTILISE JAMAIS UN BOUCLIER!
TU DEVRAIS! UN BOUCLIER ÇA FAIT MOINS BARBARE!
QUI A DIT ÇA?

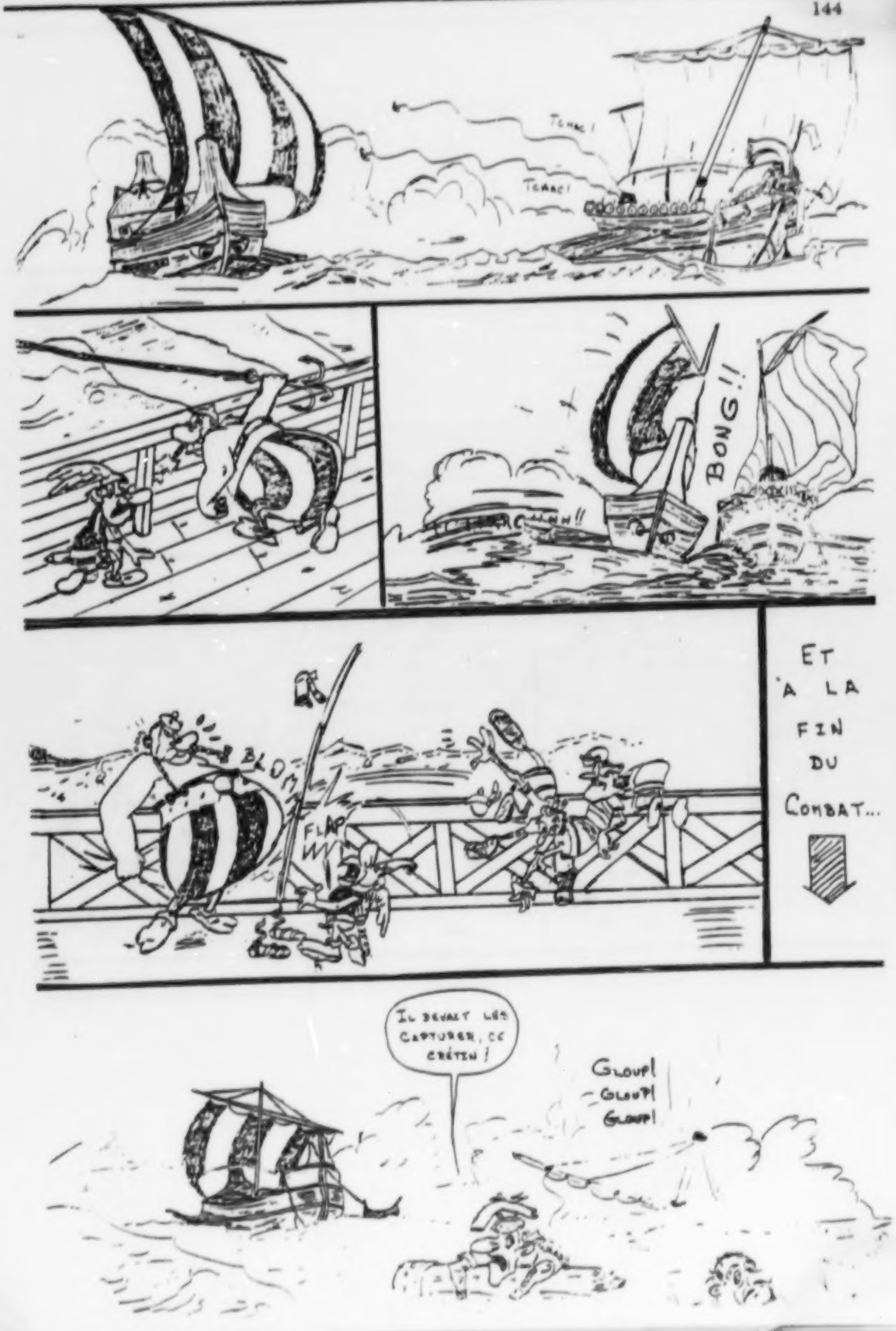
QUE C'EST PLAISANT QUAND ILS SE BATTENT ENTRE EUX !!
OUF ! OUF !
UNE BATAILLE, CHEZ LES GAULOIS, C'EST POUR
LE TEMPS D'UNE PAIX
À QUI LE DIS-TU !
MAIS RETOURNONS AU VILLAGE GAULOIS
QUE SE PASSE-T-IL ? DÈS QUE JE COMMENCE, C'EST LA FIN.
C'EST LA FIN, SI LE MARCHAND N'ARRIVE PAS !
???

IL NE ME RESTE PAS D'HUILE DE ROCHE ET JE DOIS EN AVOIR POUR FAIRE MA POTION MAGIQUE!
PAS DE POTION MAGIQUE! LE CIEL VA NOUS TOMBER SUR LA TÊTE!
IL EST FOU CET ASTÉRIX! TOUT ÇA POUR UN PEU D'HUILE
TOC! TOC! TOC!
C'EST TERRIBLE! IL NE RESTE PLUS QU'OBÉLIX POUR ASSURER LA SÉCURITÉ DU VILLAGE!
VENEZ VITE VENEZ VITE
VENEZ VITE! LE MARCHAND PHÉNICIEN CALCULATRIS DÉBARQUE SUR LA PLAGE!!
ENFIN!! IL EST LÀ!
QUELQUES INSTANTS PLUS TARD...
TOUS À LA PLAGE!

CALCULATRÈS, TE VOILÀ ENFIN !
SALUT À TOUS ! VOYEZ CE QUE JE RAMÈNE DE TYR, SPÉCIALEMENT POUR VOUS !
TU M'AS RAPPORTÉ L'HUILE DE ROCHE QUE JE T'AVAIS COMMANDÉE ?
JE SAVAIS BIEN QUE J'AVAIS OUBLIÉ QUELQUE CHOSE !
PAF !
TU AS OUBLIÉ L'HUILE DE ROCHE ! C'EST HORR... !!
AAARRG !
QUE VA-T-IL ARRIVER AU VILLAGE ?
VITE, RÉUNISSONS LE CONSEIL !
ET LE TEMPS DE RÉUNIR LE CONSEIL, LE DRUIDE AVAIT REPRIS SES ESPRITS.
LA SITUATION EST TRÈS GRAVE. IL FAUT TROUVER DE L'HUILE DE ROCHE ET EN PROFITER POUR CONNAÎTRE LE PROCESSUS PERMETTANT DE CONSTRUIRE UN BOUCLIER ROND.

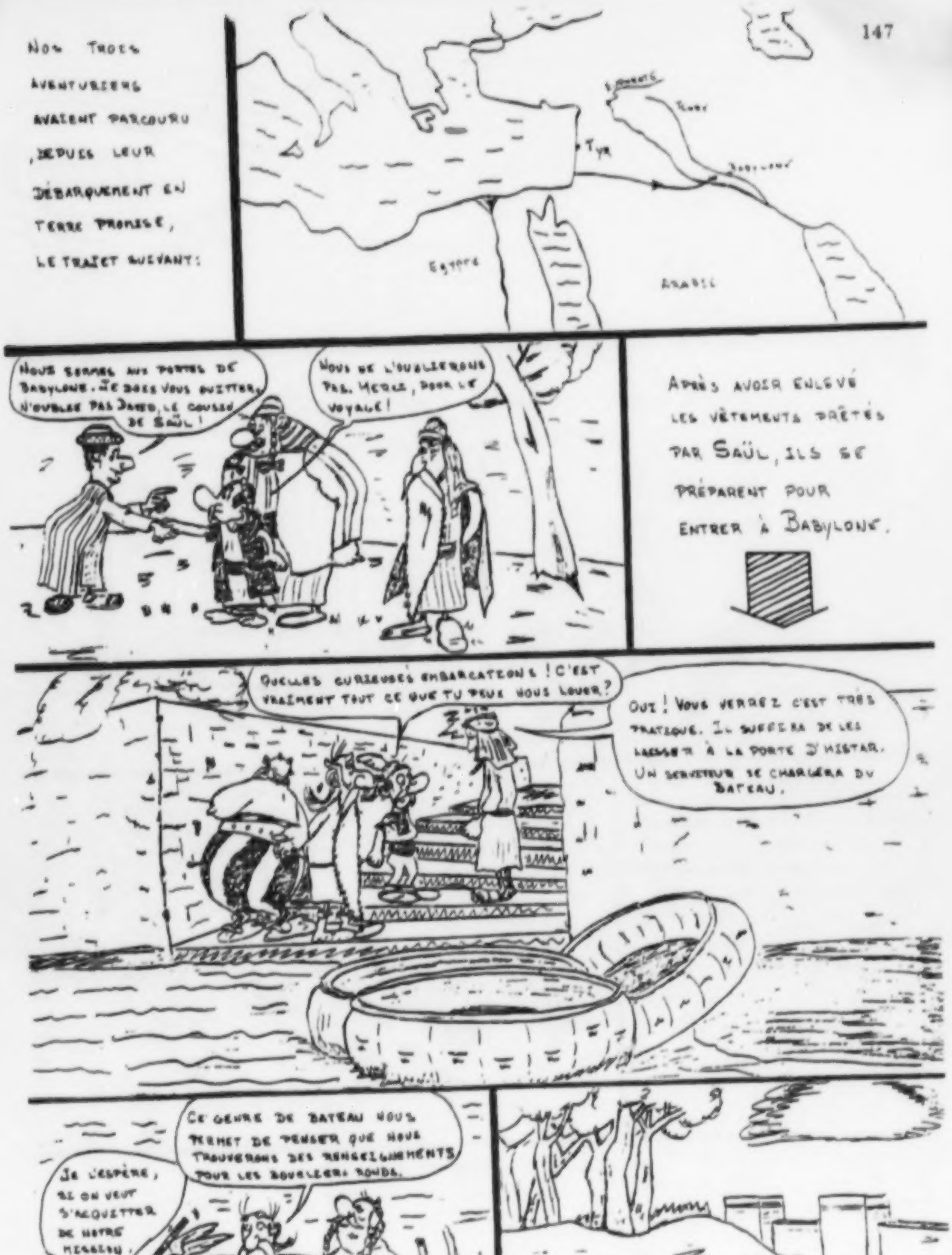

POURQUOI LA SITUATION EST-ELLE GRAVE ? JE N'AI PAS LE DROIT DE BOIRE DE LA POTION MAGIQUE, MOI ! ALORS, ALLONS MANGER UN SANGLIER !
SILENCE OU JE FAIS ÉVACUER LE VILLAGE !!
ASTÉRIX, JE VAIS TE CHARGER D'UNE MISSION...
ACCOMPAGNÉ D'OBELIX ET DE PANORAMIX, TU VAS ALLER AVEC CALCULATRIX CHERCHER DE L'HUILE DE ROCHE ET ME RAPPORTER LE MOYEN DE CONSTRUIRE UN BOUCLIER ROND.
N'OUBLIEZ PAS QUE LE SORT DU VILLAGE EST ENTRE VOS MAINS, CAR SANS POTION NOUS SOMMES INCAPABLES DE NOUS DÉFENDRE !!
TIENS, ASTÉRIX ! VOICI LA DERNIÈRE GOURDE DE POTION MAGIQUE POUR LE VOYAGE !
ET LE BATEAU, AVEC LES VOYAGEURS GAULOIS, QUITTA LE RIVAGE...
ET EN MÊME TEMPS, SUR LE RIVAGE
QUELLE BONNE NOUVELLE POUR LE CENTURION !
AVE CENTURION CAÏUS
AVE TON RAPPORT !

CACHÉ DANS UN BUISSON, …
GAULOIS DÉCLARER QU'ILS N'AVAIENT PLUS DE POTION MAGIQUE. DE PLUS, J'AI VU TROIS GAULOIS EMBARQUER SUR UN NAVIRE POUR ALLER À LA RECHERCHE DE L'HUILE DE ROCHE.
TU ES BIEN SÛR DE CE QUE TU VIENS DE DIRE?
OUI! OUI!
VA À ROME PORTER UN MESSAGE À CÉSAR. TU LUI DIRAS: "LES GAULOIS MANQUENT DE POTION MAGIQUE. TROIS DES LEURS SONT PARTIS POUR LA MÉSOPOTAMIE À LA RECHERCHE DE L'HUILE DE ROCHE."
UNE TELLE NOUVELLE VA ME PORTER LOIN. JE VAIS MONTER EN GRADE…
CESAR! A MOI LA GRANDE VIE!!
ET PENDANT CE TEMPS, NOS AMIS VOGUENT VERS LA MÉSOPOTAMIE..
SOUDAIN, DES VOIX….
UNE VOILE ROMAINE, À TRIBORD!
UN NAVIRE PHÉNICIEN, C'EST SÛREMENT CELUI DES TROIS GAULOIS SIGNALÉS PAR CAÏUS!


TCHAC!
TCHAC!
BONG!!
BLOM
FLAP
ET A LA FIN DU COMBAT...
IL DEVAIT LES CAPTURER, CE CRÉTIN !
GLOUP!
GLOUP!
GLOUP!

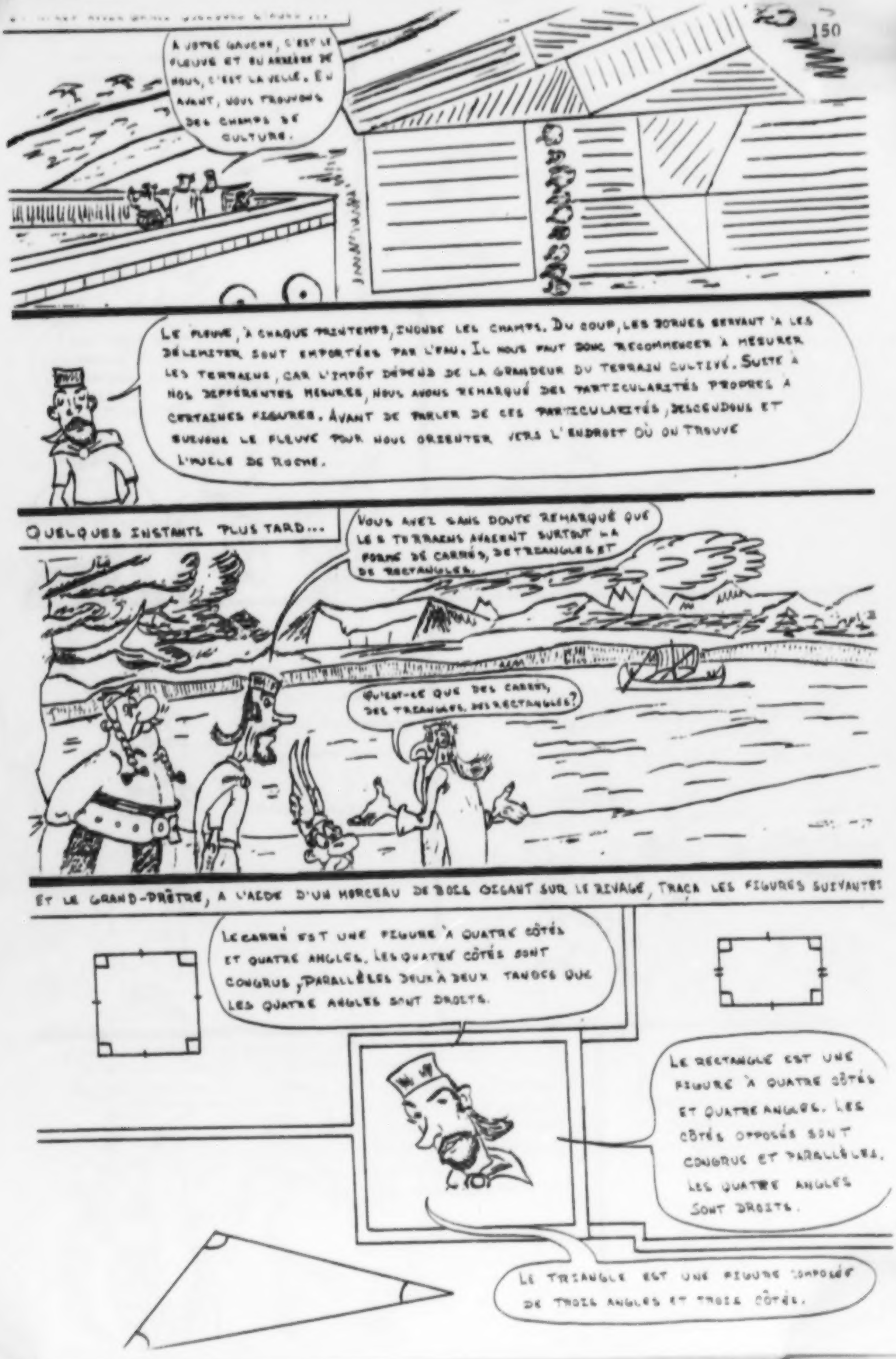
ROUTE DANS LA MER INTÉRIEURE (ROMAINE)...
GAULE
ESPAGNE
ITALIE
TYR
MÉSOPOTAMIE
ÉGYPTE
AU LIEU DE VOUS DÉBARQUER À TYR, NOUS LONGERONS LA CÔTE DU ROYAUME DE JUDÉE. VOUS SEREZ MIEUX LOIN DE BABYLONE.
MERCI, CALCULATRÈS
QUELQUES JOURS PLUS TARD...
LA TERRE PROMISE, ASTÉRIX !
MARCHEZ TOUT DROIT, JUSQU'AU VILLAGE DE BETHLÉEM ! LÀ, DEMANDEZ JOSUÉ ET DITES-LUI QUE VOUS VENEZ DE MA PART ! BONNES CHANCES !
MERCI, CALCULATRÈS ! À BIENTÔT !
TÂCHONS DE NE PAS NOUS PERDRE !
N'OUBLIE PAS, ASTÉRIX, LA MISSION DU CHEF CONCERNANT LE BOUCLIER !
ET APRÈS UN CERTAIN TEMPS DE MARCHE...
VOICI QUELQU'UN QUI VA NOUS AIDER !
HÉ ! L'AMI ! C'EST LOIN BETHLÉEM ?
NON ! C'EST JUSTE EN ARRIÈRE DE LA COLLINE.

LE LENDEMAIN
VOICI SAÜL, MON COMMIS. IL VOUS GUIDERA JUSQU'À BABYLONE.
MERCI, M. JOSUÉ!
APRÈS UN CERTAIN TEMPS...
NOUS APPROCHONS DE BABYLONE!
ENFIN! CES MONTURES SONT INCONFORTABLES!!
VOICI LES RIVES DU FLEUVE EUPHRATE. IL FAUT TROUVER UNE EMBARCATION!

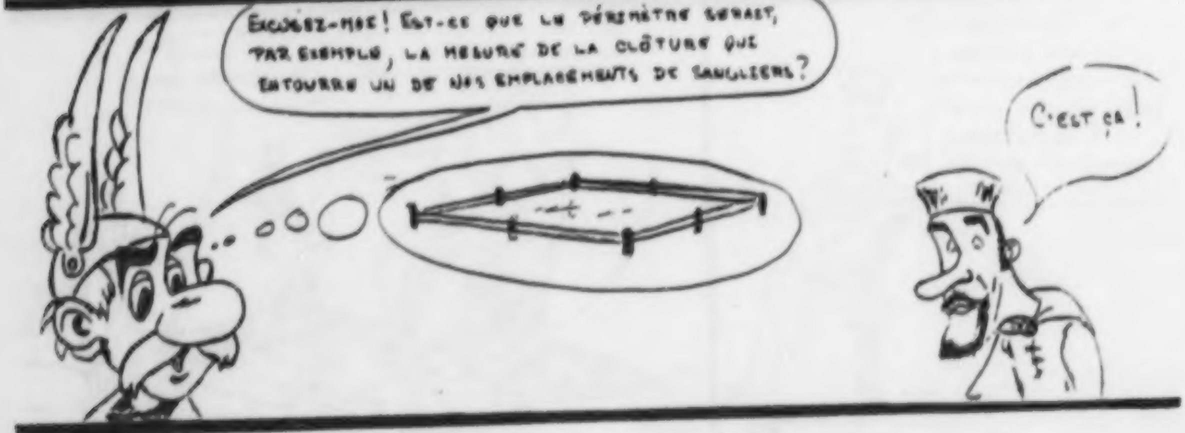

NOS TROIS AVENTURIERS AVAIENT PARCOURU, DEPUIS LEUR DÉBARQUEMENT EN TERRE PROMISE, LE TRAJET SUIVANT:
Tyr
Egypte
NOUS SOMMES AUX PORTES DE BABYLONE. JE DOIS VOUS QUITTER. N'OUBLIEZ PAS DAVID, LE COUSIN DE SAÜL!
NOUS NE L'OUBLIERONS PAS. MERCI, POUR LE VOYAGE!
APRÈS AVOIR ENLEVÉ LES VÊTEMENTS PRÊTÉS PAR SAÜL, ILS SE PRÉPARENT POUR ENTRER À BABYLONE.
QUELLES CURIEUSES EMBARCATIONS! C'EST VRAIMENT TOUT CE QUE TU PEUX NOUS LOUER?
OUI! VOUS VERREZ C'EST TRÈS PRATIQUE. IL SUFFIRA DE LES LAISSER À LA PORTE D'ISTAR. UN SERVITEUR SE CHARGERA DU BATEAU.
CE GENRE DE BATEAU NOUS PERMET DE PENSER QUE NOUS TROUVERONS DES RENSEIGNEMENTS POUR LES BOUCLIERS RONDS.
JE L'ESPÈRE, SI ON VEUT S'ACQUITTER DE NOTRE MISSION.
HÉ! REGARDEZ! C'EST BABYLONE!

C'EST TRÈS BEAU
HÉ ! LÀ, VOUS AUTRES !
VOUS DEVRIEZ SAVOIR QU'IL EST INTERDIT DE SÉJOURNER À BABYLONE AVEC DES ARMES !
EST-CE QU'ON A DES TÊTES DE DEVINS ?
EUH ! NON !
ET APRÈS AVOIR REMIS LES ARMES...
PARDONNEZ-MOI, MONSIEUR LE GARDE. POUVEZ-VOUS NOUS INDIQUER LE CHEMIN POUR REJOINDRE UN CERTAIN DAVID, SERVITEUR DU GRAND-PRÊTRE ?
BIEN SÛR ! IL SUFFIT DE LONGER LE CANAL QUE VOUS VOYEZ ICI ET VOUS ARRIVEREZ À LA TOUR DE BABEL.
ENFIN ! VOICI LA TOUR !

Que c'est haut!
Bonjour! Nous cherchons un certain David. C'est son cousin Saül qui nous envoie.
C'est moi! Que voulez-vous?
Suivez-moi!
Je m'appelle Astérix et voici Panoramix et Obélix. Nous voulons parler au Grand-Prêtre.
Quelques instants plus tard...
Enchanté! Souvenez-vous, messieurs, que vous visitez une des plus vieilles cités du monde!
Vous n'êtes pas venu de si loin seulement pour me saluer?
Nous cherchons deux choses: d'abord de l'huile de roche et ensuite des renseignements sur la manière de construire des objets ronds.
Venez avec moi! En allant chercher de l'huile de roche, je vous parlerai de nos observations relatives aux objets ronds.
Avant de nous engager sur le chemin conduisant à l'endroit où on trouve l'huile de roche, montons dans la tour pour faire des observations sur le partage des terrains.
Nous vous suivons!

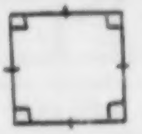

À VOTRE GAUCHE, C'EST LE FLEUVE ET EN ARRIÈRE DE NOUS, C'EST LA VILLE. EN AVANT, NOUS TROUVONS DES CHAMPS DE CULTURE.
LE FLEUVE, À CHAQUE PRINTEMPS, INONDE LES CHAMPS. DU COUP, LES BORNES SERVANT À LES DÉLIMITER SONT EMPORTÉES PAR L'EAU. IL NOUS FAUT DONC RECOMMENCER À MESURER LES TERRAINS, CAR L'IMPÔT DÉPEND DE LA GRANDEUR DU TERRAIN CULTIVÉ. SUITE À NOS DIFFÉRENTES MESURES, NOUS AVONS REMARQUÉ DES PARTICULARITÉS PROPRES À CERTAINES FIGURES. AVANT DE PARLER DE CES PARTICULARITÉS, DESCENDONS ET SUIVONS LE FLEUVE POUR NOUS ORIENTER VERS L'ENDROIT OÙ ON TROUVE L'HUILE DE ROCHE.
QUELQUES INSTANTS PLUS TARD...
VOUS AVEZ SANS DOUTE REMARQUÉ QUE LES TERRAINS AVAIENT SURTOUT LA FORME DE CARRÉS, DE TRIANGLES ET DE RECTANGLES.
QU'EST-CE QUE DES CARRÉS, DES TRIANGLES, DES RECTANGLES?
ET LE GRAND-PRÊTRE, À L'AIDE D'UN MORCEAU DE BOIS GISANT SUR LE RIVAGE, TRAÇA LES FIGURES SUIVANTES
LE CARRÉ EST UNE FIGURE À QUATRE CÔTÉS ET QUATRE ANGLES. LES QUATRE CÔTÉS SONT CONGRUS, PARALLÈLES DEUX À DEUX TANDIS QUE LES QUATRE ANGLES SONT DROITS.
LE RECTANGLE EST UNE FIGURE À QUATRE CÔTÉS ET QUATRE ANGLES. LES CÔTÉS OPPOSÉS SONT CONGRUS ET PARALLÈLES. LES QUATRE ANGLES SONT DROITS.
LE TRIANGLE EST UNE FIGURE COMPOSÉE DE TROIS ANGLES ET TROIS CÔTÉS.

IL ME SEMBLE QUE CE QUE VOUS APPELEZ CARRÉ PEUT AUSSI S'APPELER RECTANGLE! AI-JE RAISON?
RETROUVE QUATRE CÔTÉS ET QUATRE ANGLES. DE PLUS, LES CÔTÉS OPPOSÉS SONT CONGRUS ET PARALLÈLES. ENFIN, LES QUATRE ANGLES SONT DROITS. DONC LA DÉFINITION D'UN RECTANGLE EST OBSERVÉE! MAIS, POURQUOI UN RECTANGLE N'EST-IL PAS UN CARRÉ?
C'EST PARCE QU'UN RECTANGLE N'A PAS LE MÊME NOM QU'UN CARRÉ!
?
EUH! EUH!
NE SERAIT-CE PAS, PLUTÔT, PARCE QU'UN RECTANGLE N'A PAS TOUS SES CÔTÉS CONGRUS?
LE GROS, LÀ, VOUS N'AVEZ RIEN COMPRIS. PAR CONTRE, M. LE DRUIDE, VOUS AVEZ BIEN SAISI L'ASTUCE!
HO! JE VAIS TE MONTRER QUE LE GROS N'A RIEN COMPRIS!!!
?!
OBÉLIX!
UN CARRÉ QUI EST UN RECTANGLE ET UN RECTANGLE QUI N'EST PAS UN CARRÉ... ILS SONT FOUS CES BABYLONIENS!
SI LE CARRÉ ET LE RECTANGLE VOUS CAUSENT DES PROBLÈMES, CES NOTIONS NE SONT PAS NÉCESSAIRES POUR MESURER LES OBJETS RONDS...
PAR CONTRE, CERTAINES CARACTÉRISTIQUES DU CARRÉ ET DU RECTANGLE NOUS AIDENT À MIEUX COMPRENDRE NOTRE DÉMARCHE AVEC LES OBJETS RONDS.



Et le grand-prêtre continua:

1°) Si l'emplacement est un <u>carré</u>

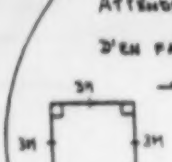


Il suffit de mesurer un côté et de multiplier cette mesure par quatre (car les quatre côtés sont congrus).

2°) Si l'emplacement est un <u>rectangle</u>

Il suffit de mesurer le petit côté et le grand côté. Ensuite, on additionne ces deux mesures. Enfin, le périmètre s'obtient en multipliant la somme par deux.

Attendez ! Attendez ! N'allez pas si vite ! Je vais essayer d'en faire un exemple pratique pour chaque cas.

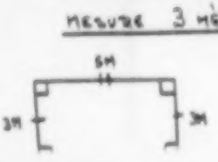


→ <u>Si l'emplacement est un carré dont chaque côté mesure 3 mètres.</u>

Le périmètre (ou la mesure du contour) sera :

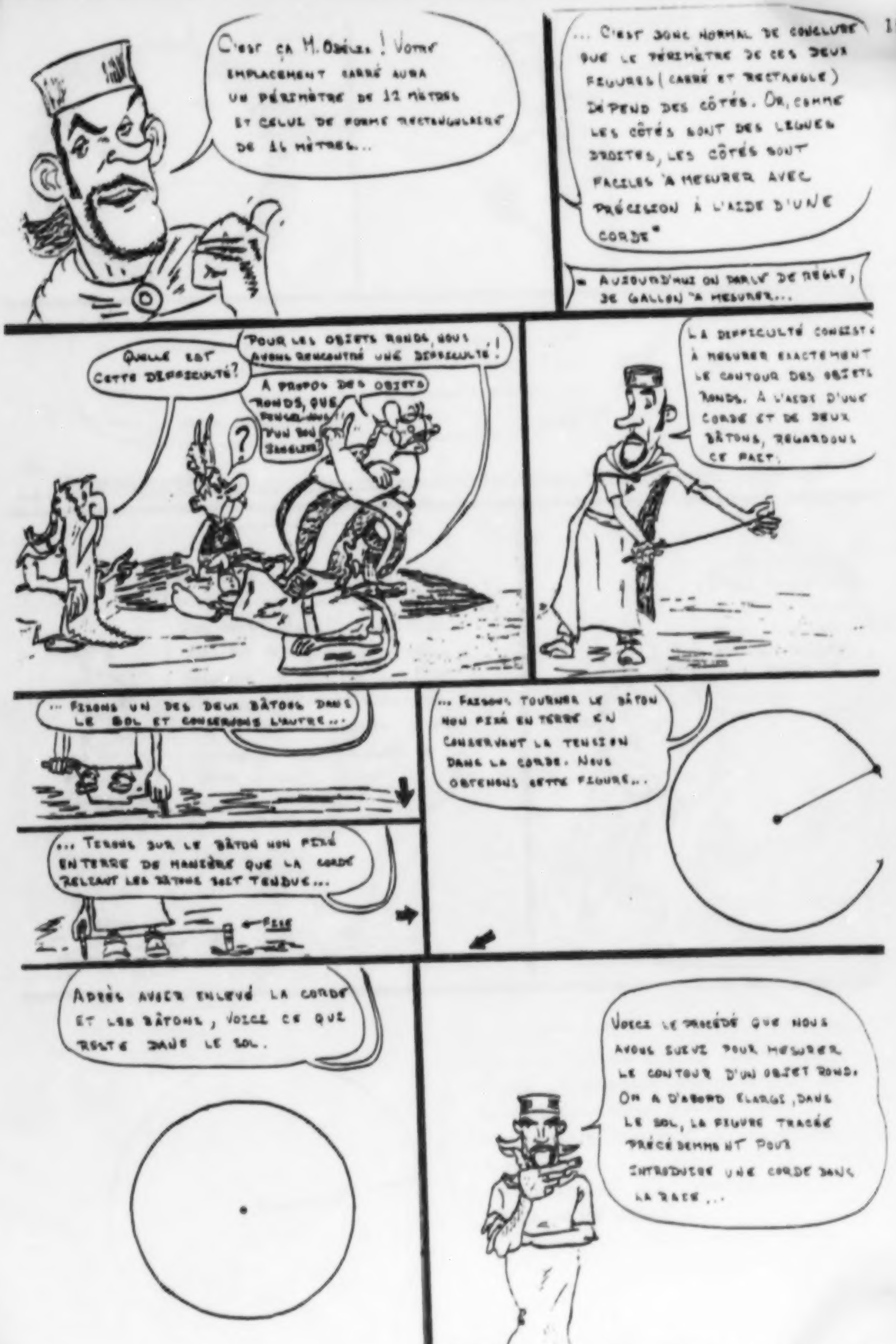
<u>3M + 3M + 3M + 3M</u> ou <u>(4 x 3) M</u> ou <u>12 M</u>

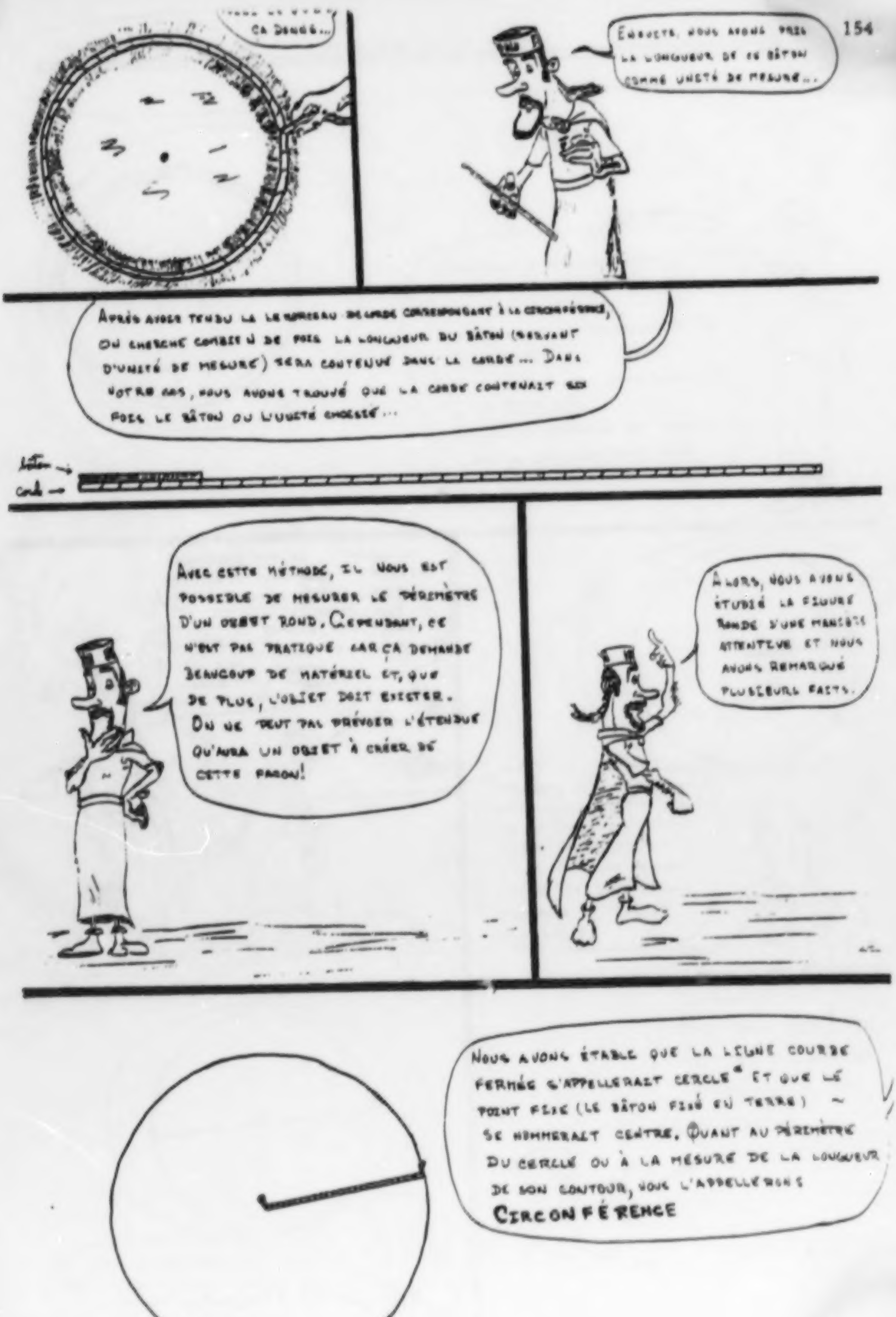
→ <u>Si l'emplacement est un rectangle dont le petit côté mesure 3 mètres et le grand 5 mètres.</u>

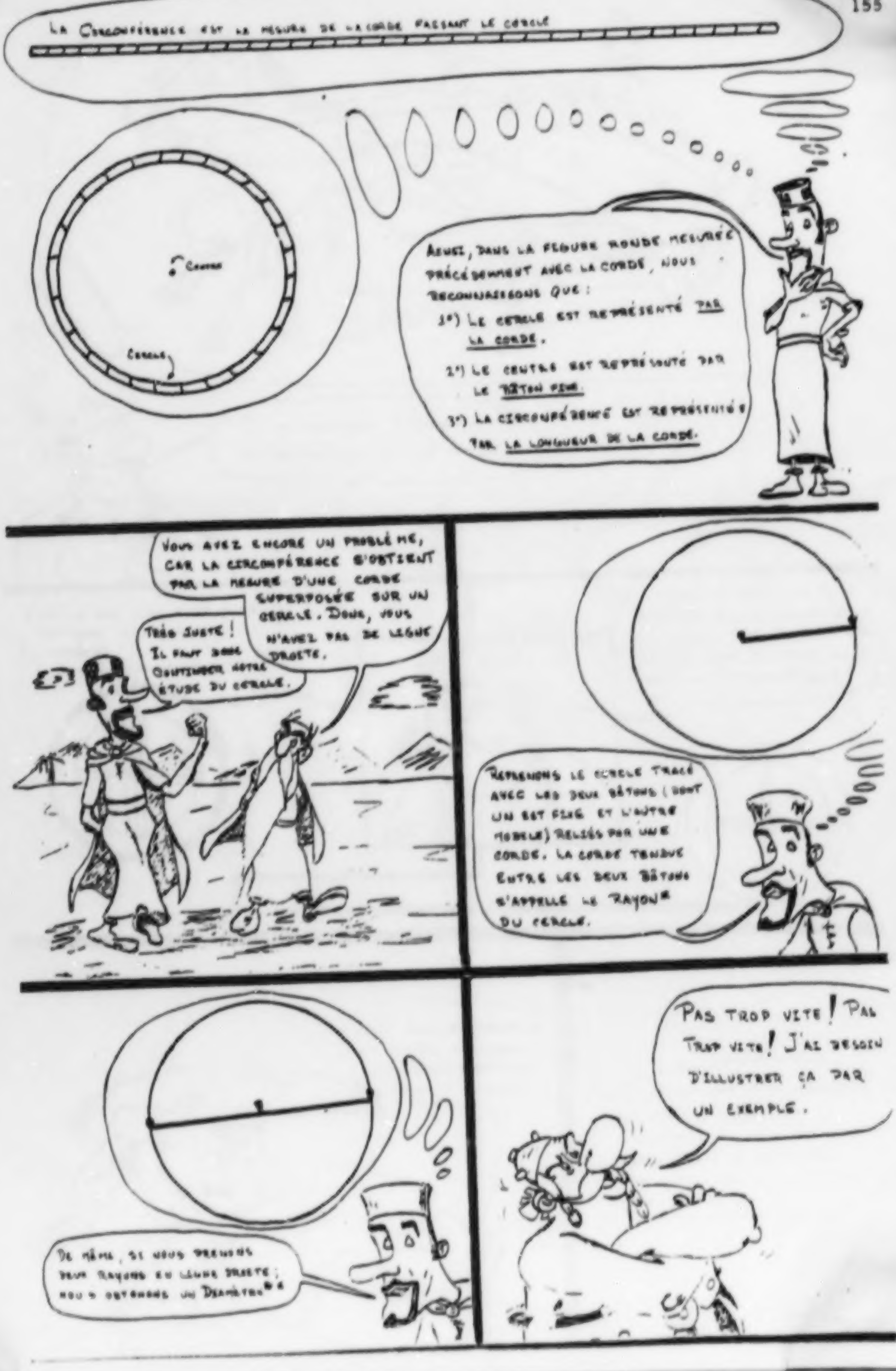


Le périmètre (ou la mesure du contour) sera

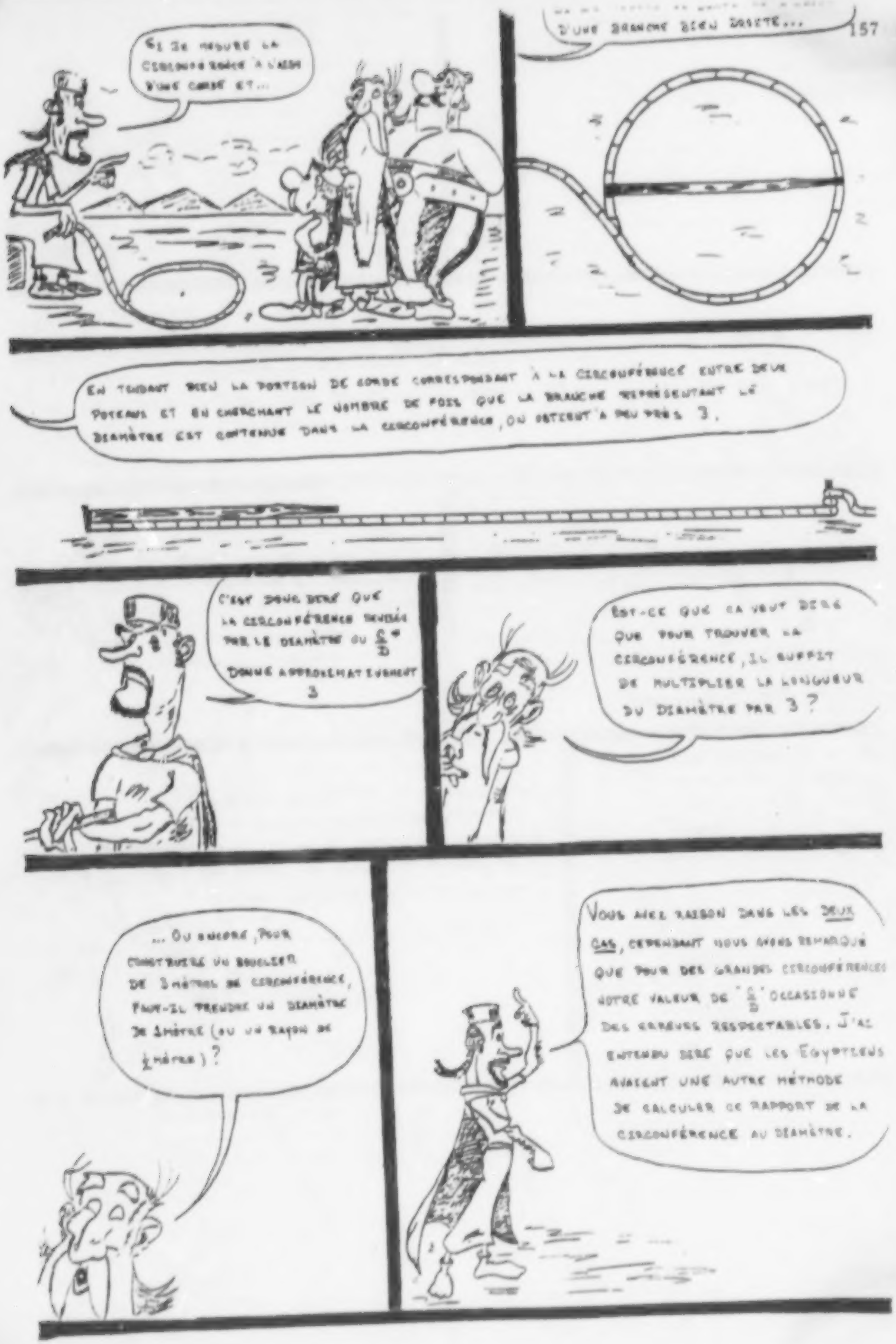
3M+3M+5M+5M ou [(3+5)2]M ou <u>16 M</u>


C'EST ÇA M. OBÉLIX ! VOTRE EMPLACEMENT CARRÉ AURA UN PÉRIMÈTRE DE 12 MÈTRES ET CELUI DE FORME RECTANGULAIRE DE 16 MÈTRES...
... C'EST DONC NORMAL DE CONCLURE QUE LE PÉRIMÈTRE DE CES DEUX FIGURES (CARRÉ ET RECTANGLE) DÉPEND DES CÔTÉS. OR, COMME LES CÔTÉS SONT DES LIGNES DROITES, LES CÔTÉS SONT FACILES À MESURER AVEC PRÉCISION À L'AIDE D'UNE CORDE*
* AUJOURD'HUI ON PARLE DE RÈGLE, DE GALLON À MESURER...
QUELLE EST CETTE DIFFICULTÉ?
POUR LES OBJETS RONDS, NOUS AVONS RENCONTRÉ UNE DIFFICULTÉ !
À PROPOS DES OBJETS RONDS, QUE
D'UN BON SANGLIER?
?
LA DIFFICULTÉ CONSISTE À MESURER EXACTEMENT LE CONTOUR DES OBJETS RONDS. À L'AIDE D'UNE CORDE ET DE DEUX BÂTONS, REGARDONS CE FAIT.
... FIXONS UN DES DEUX BÂTONS DANS LE SOL ET CONSERVONS L'AUTRE...
... TIRONS SUR LE BÂTON NON FIXÉ EN TERRE DE MANIÈRE QUE LA CORDE RELIANT LES BÂTONS SOIT TENDUE...
... FAISONS TOURNER LE BÂTON NON FIXÉ EN TERRE EN CONSERVANT LA TENSION DANS LA CORDE. NOUS OBTENONS CETTE FIGURE...
APRÈS AVOIR ENLEVÉ LA CORDE ET LES BÂTONS, VOICI CE QUI RESTE DANS LE SOL.
VOICI LE PROCÉDÉ QUE NOUS AVONS SUIVI POUR MESURER LE CONTOUR D'UN OBJET ROND. ON A D'ABORD ÉLARGI, DANS LE SOL, LA FIGURE TRACÉE PRÉCÉDEMMENT POUR INTRODUIRE UNE CORDE DANS LA RAIE...


ÇA DONNE...
ENSUITE, NOUS AVONS PRIS LA LONGUEUR DE CE BÂTON COMME UNITÉ DE MESURE...
APRÈS AVOIR TENDU LE MORCEAU DE CORDE CORRESPONDANT À LA CIRCONFÉRENCE, ON CHERCHE COMBIEN DE FOIS LA LONGUEUR DU BÂTON (SERVANT D'UNITÉ DE MESURE) SERA CONTENUE DANS LA CORDE... DANS NOTRE CAS, NOUS AVONS TROUVÉ QUE LA CORDE CONTENAIT SIX FOIS LE BÂTON OU L'UNITÉ CHOISIE...
bâton
corde
AVEC CETTE MÉTHODE, IL NOUS EST POSSIBLE DE MESURER LE PÉRIMÈTRE D'UN OBJET ROND. CEPENDANT, CE N'EST PAS PRATIQUE CAR ÇA DEMANDE BEAUCOUP DE MATÉRIEL ET, QUE DE PLUS, L'OBJET DOIT EXISTER. ON NE PEUT PAS PRÉVOIR L'ÉTENDUE QU'AURA UN OBJET À CRÉER DE CETTE FAÇON!
ALORS, NOUS AVONS ÉTUDIÉ LA FIGURE RONDE D'UNE MANIÈRE ATTENTIVE ET NOUS AVONS REMARQUÉ PLUSIEURS FAITS.
NOUS AVONS ÉTABLI QUE LA LIGNE COURBE FERMÉE S'APPELLERAIT CERCLE* ET QUE LE POINT FIXE (LE BÂTON FIXÉ EN TERRE) SE NOMMERAIT CENTRE. QUANT AU PÉRIMÈTRE DU CERCLE OU À LA MESURE DE LA LONGUEUR DE SON CONTOUR, NOUS L'APPELLERONS CIRCONFÉRENCE

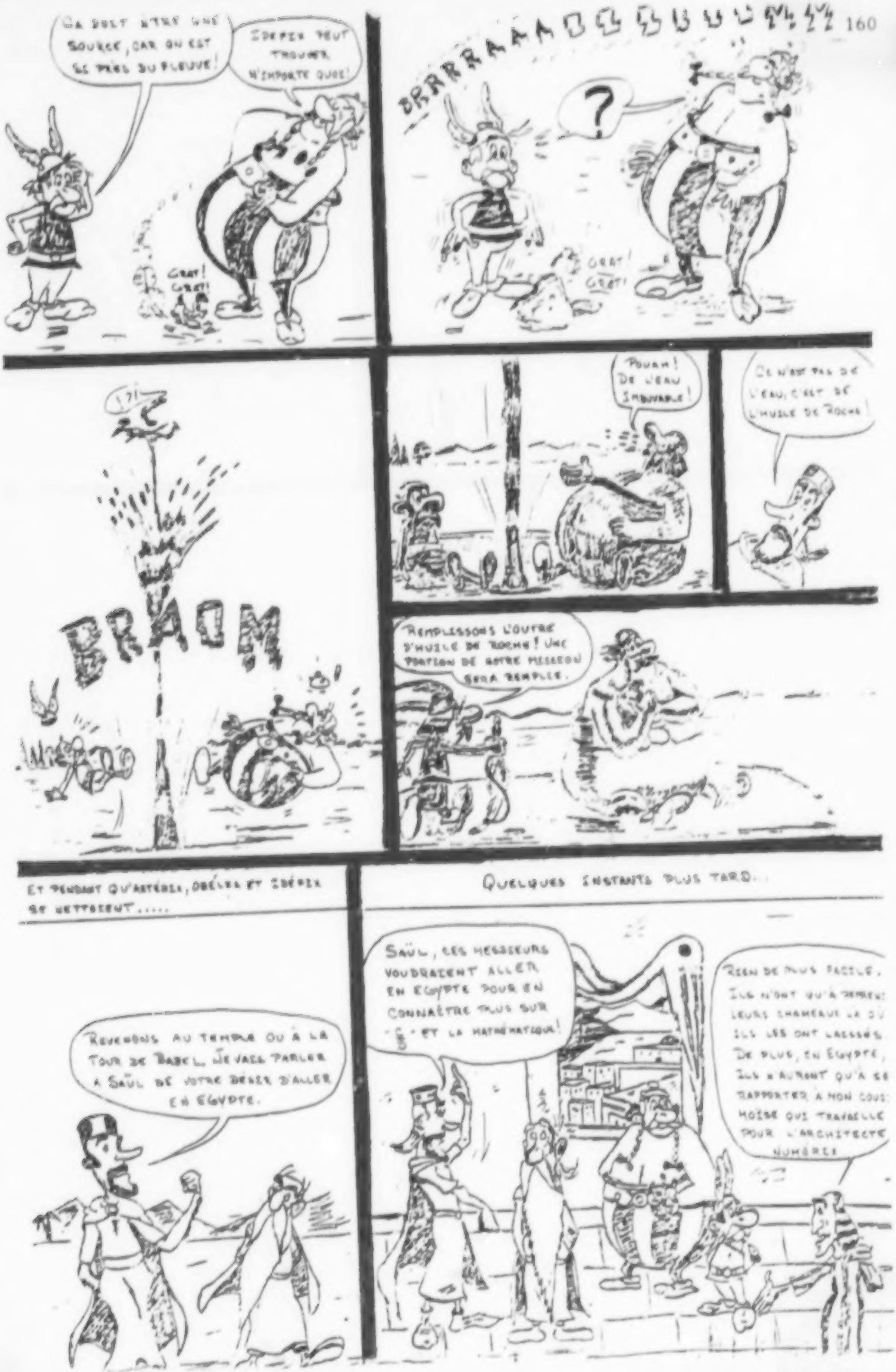

LA CIRCONFÉRENCE EST LA MESURE DE LA CORDE PASSANT LE CERCLE
Centre
Cercle
AINSI, DANS LA FIGURE RONDE MESURÉE PRÉCÉDEMMENT AVEC LA CORDE, NOUS RECONNAISSONS QUE :
1°) LE CERCLE EST REPRÉSENTÉ PAR LA CORDE.
2°) LE CENTRE EST REPRÉSENTÉ PAR LE BÂTON FIXE.
3°) LA CIRCONFÉRENCE EST REPRÉSENTÉE PAR LA LONGUEUR DE LA CORDE.
VOUS AVEZ ENCORE UN PROBLÈME, CAR LA CIRCONFÉRENCE S'OBTIENT PAR LA MESURE D'UNE CORDE SUPERPOSÉE SUR UN CERCLE. DONC, VOUS N'AVEZ PAS DE LIGNE DROITE.
TRÈS JUSTE ! IL FAUT DONC CONTINUER NOTRE ÉTUDE DU CERCLE.
REPRENONS LE CERCLE TRACÉ AVEC LES DEUX BÂTONS (DONT UN EST FIXE ET L'AUTRE MOBILE) RELIÉS PAR UNE CORDE. LA CORDE TENDUE ENTRE LES DEUX BÂTONS S'APPELLE LE RAYON* DU CERCLE.
DE MÊME, SI NOUS PRENONS DEUX RAYONS EN LIGNE DROITE, NOUS OBTENONS UN DIAMÈTRE**
PAS TROP VITE ! PAS TROP VITE ! J'AI BESOIN D'ILLUSTRER ÇA PAR UN EXEMPLE.

JE ME SOUVIENS D'AVOIR VU, EN ARRIVANT, UN CHAR DE COMBAT...
EST-CE QUE J'AI BIEN PLACÉ LES NOMS: CERCLE, RAYON, DIAMÈTRE ?
Cercle
Rayon
Diamètre
... ET SI JE COUPE LA BANDE DE MÉTAL PLACÉE SUR LE CONTOUR DE LA ROUE, PUIS-JE DIRE QUE LA LONGUEUR DE CETTE BANDE EST LA CIRCONFÉRENCE?
VOUS AVEZ BIEN IDENTIFIÉ LES NOTIONS PRÉCISÉES, MAIS NOTRE PROBLÈME PERSISTE TOUJOURS...
... C'EST QUE LA CIRCONFÉRENCE EST ÉTABLIE À PARTIR DE LA LONGUEUR D'UNE CORDE QUE L'ON SUPERPOSE SUR LE CERCLE. PAR CONTRE, NOS RECHERCHES ONT MONTRÉ QUE...


SI JE MESURE LA CIRCONFÉRENCE À L'AIDE D'UNE CORDE ET...
D'UNE BRANCHE BIEN DROITE...
EN TENDANT BIEN LA PORTION DE CORDE CORRESPONDANT À LA CIRCONFÉRENCE ENTRE DEUX POTEAUX ET EN CHERCHANT LE NOMBRE DE FOIS QUE LA BRANCHE REPRÉSENTANT LE DIAMÈTRE EST CONTENUE DANS LA CIRCONFÉRENCE, ON OBTIENT À PEU PRÈS 3.
C'EST DONC DIRE QUE LA CIRCONFÉRENCE DIVISÉE PAR LE DIAMÈTRE OU "$\frac{C}{D}$" DONNE APPROXIMATIVEMENT 3
EST-CE QUE ÇA VEUT DIRE QUE POUR TROUVER LA CIRCONFÉRENCE, IL SUFFIT DE MULTIPLIER LA LONGUEUR DU DIAMÈTRE PAR 3?
... OU ENCORE, POUR CONSTRUIRE UN BOUCLIER DE 3 MÈTRES DE CIRCONFÉRENCE, FAUT-IL PRENDRE UN DIAMÈTRE DE 1 MÈTRE (OU UN RAYON DE $\frac{1}{2}$ MÈTRE)?
VOUS AVEZ RAISON DANS LES DEUX CAS, CEPENDANT NOUS AVONS REMARQUÉ QUE POUR DES GRANDES CIRCONFÉRENCES NOTRE VALEUR DE "$\frac{C}{D}$" OCCASIONNE DES ERREURS RESPECTABLES. J'AI ENTENDU DIRE QUE LES ÉGYPTIENS AVAIENT UNE AUTRE MÉTHODE DE CALCULER CE RAPPORT DE LA CIRCONFÉRENCE AU DIAMÈTRE.

MAIS AVANT DE SONGER À UN VOYAGE EN ÉGYPTE, J'AIMERAIS QUE VOUS NOUS PARLIEZ DE CETTE SCIENCE QUI VOUS A PERMIS DE CALCULER "C/D".
MATHÉMATIQUE EST LE NOM QUE L'ON DONNE À CETTE SCIENCE. NOUS AVONS ÉTABLI DES TABLES POUR EFFECTUER DES OPÉRATIONS COMME: ADDITION, MULTIPLICATION, DIVISION ET SOUSTRACTION. EN ALGÈBRE NOUS SOLUTIONNONS CERTAINES ÉQUATIONS COMME...
... $x^2 - x = 870$. VOICI LA SOLUTION QUE NOUS AVONS: "PRENDS LA MOITIÉ DE 1, QUI EST $\frac{1}{2}$. MULTIPLIE $\frac{1}{2}$ PAR LUI-MÊME (OU ÉLÈVE $\frac{1}{2}$ AU CARRÉ); CE QUI DONNE $\frac{1}{4}$. ON AJOUTE CE RÉSULTAT À 870 ET ON OBTIENT 870,25. MAIS 870,25 EST LE CARRÉ DE 29,50. ENFIN, ON AJOUTE $\frac{1}{2}$ À 29,50 ET LE RÉSULTAT EST 30.
MAIS POURQUOI PRENDRE 1 ET LA MOITIÉ DE 1? POURQUOI AJOUTER $\frac{1}{4}$ À 870? POURQUOI NE PAS SOUSTRAIRE?
JE NE LE SAIS PAS! L'AUTEUR DE LA SOLUTION LE SAVAIT PROBABLEMENT, MAIS COMME IL N'A PAS ÉCRIT LES RAISONS DE CES CALCULS, ON LES FAIT MACHINALEMENT.
EN GÉOMÉTRIE, DE PLUS, NOUS CALCULONS LE PÉRIMÈTRE DE CERTAINES FIGURES PLANES COMME LE RECTANGLE, LE TRIANGLE, LE CARRÉ... IL NOUS ARRIVE MÊME DE TRAITER CERTAINS PROBLÈMES DU TYPE SUIVANT...
VOICI UNE BRANCHE DE 30 CM DE HAUTEUR. SI J'APPUIE CETTE BRANCHE LE LONG D'UN ARBRE...
SI JE DESCENDS LE BÂTON DE MANIÈRE QUE LE SOMMET BAISSE DE 6 CM, DE QUELLE DISTANCE LA BASE SE SERA-T-ELLE ÉLOIGNÉE DE L'ARBRE?

EN PRENANT SUCCESSIVEMENT LE BÂTON À LA POSITION VERTICALE ET ENSUITE À SA NOUVELLE POSITION, VOICI CE QUI SE PASSE :
??
ÉLÈVE AU CARRÉ 30. TU TROUVERAS 900. SOUSTRAIS 6 DE 30; TU OBTIENS 24. ÉLÈVE 24 AU CARRÉ. TU TROUVERAS 576. ENLÈVE 576 DE 900, TU CALCULERAS 324. 324 EST QUEL NOMBRE AU CARRÉ? C'EST 18 AU CARRÉ. C'EST LA DISTANCE DONT LE BÂTON S'EST ÉLOIGNÉ DE L'ARBRE.
MAIS POURQUOI ÉLEVER 30 AU CARRÉ? POURQUOI CALCULER 24 AU CARRÉ ET SOUSTRAIRE CE PRODUIT DE 900?
J'AI L'IMPRESSION QUE L'AUTEUR UTILISE UNE PROPRIÉTÉ DES TRIANGLES RECTANGLES (UN ANGLE DROIT ET DEUX ANGLES AIGUS). CEPENDANT, COMME IL NE L'INDIQUE PAS, JE N'EN SUIS PAS CERTAIN!
MAIS OUI! PEUT-ÊTRE QUE LES EGYPTIENS ONT D'AUTRES RENSEIGNEMENTS?
LA MATHÉMATIQUE, CETTE SCIENCE QUI VOUS A PERMIS DE CALCULER "C/D", NE VOUS PERMET PAS D'UNIFIER VOTRE SAVOIR. VOUS TRAITEZ UN PROBLÈME COMME UNE PERSONNE L'A DÉJÀ TRAITÉ, SANS SAVOIR TRÈS SOUVENT POURQUOI VOUS EFFECTUEZ CES CALCULS.
AVANT DE PENSER AUX EGYPTIENS, IL NE FAUT PAS OUBLIER L'HUILE DE ROCHE!
JUSTEMENT ASTERIX! REGARDE IDÉFIX! ...ON DIRAIT QU'IL A TROUVÉ QUELQUE CHOSE!


ÇA DOIT ÊTRE UNE SOURCE, CAR ON EST SI PRÈS DU FLEUVE!
IDÉFIX PEUT TROUVER N'IMPORTE QUOI!
GRAT! GRAT!
BRRRRAAAOUUUUMMZZ
?
GRAT! GRAT!
BRAOM
POUAH! DE L'EAU IMBUVABLE!
CE N'EST PAS DE L'EAU, C'EST DE L'HUILE DE ROCHE!
REMPLISSONS L'OUTRE D'HUILE DE ROCHE! UNE PORTION DE NOTRE MISSION SERA REMPLIE.
ET PENDANT QU'ASTÉRIX, OBÉLIX ET IDÉFIX SE NETTOIENT.....
REVENONS AU TEMPLE OU À LA TOUR DE BABEL. JE VAIS PARLER À SAÜL DE VOTRE DÉSIR D'ALLER EN EGYPTE.
QUELQUES INSTANTS PLUS TARD...
SAÜL, CES MESSIEURS VOUDRAIENT ALLER EN EGYPTE POUR EN CONNAÎTRE PLUS SUR "Ɓ" ET LA MATHÉMATIQUE!
RIEN DE PLUS FACILE. ILS N'ONT QU'À REPREN LEURS CHAMEAUX LÀ OÙ ILS LES ONT LAISSÉS. DE PLUS, EN EGYPTE, ILS N'AURONT QU'À SE RAPPORTER À MON COUS MOÏSE QUI TRAVAILLE POUR L'ARCHITECTE NUMÉRIX

ET APRÈS AVOIR REPRIS LEURS ARMES À LA PORTE D'HISTAR, TRAVERSÉ LE FLEUVE DANS LES EMBARCATIONS RONDES ET REMIS DES BATEAUX, ILS RETROUVÈRENT LEURS CHAMEAUX.

SUITE, FEUILLE SUIVANTE.

Nom: ______________________ Date: ______________

Groupe: ____________________ Prof.: ______________

Exercices.

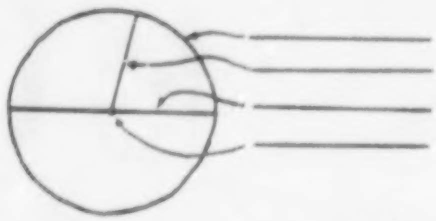
1) Qu'appelle-t-on périmètre d'une figure?

2) Quel nom donne-t-on au périmètre du cercle?

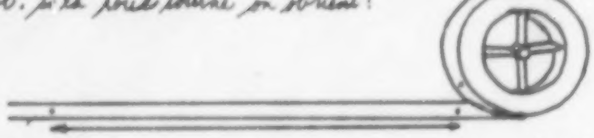
3) Qu'appelle-t-on le diamètre?

4) Sur la figure ci-dessous, porte les mots suivants au bon endroit:

DIAMÈTRE, CERCLE, RAYON, CENTRE



5) Supposons qu'une roue a un boulon qui dépasse. Ce boulon laisse donc une trace sur le sol. Si la roue tourne on obtient:



Si on mesure la distance entre les deux points laissés sur le sol, quel nom donne-t-on à cette mesure par rapport au cercle?

6) a) Que représente le rapport « $\frac{C}{D}$ » ?

b) Quelle valeur les Babyloniens donnaient à ce rapport?

7) Si les Babyloniens calculaient la circonférence d'un cercle dont le diamètre mesure 9 mètres, quelle réponse obtiendraient-ils? (Donne les calculs)

Nom : ______________________

8) Qu'est-ce qui nous amène à dire que les Babyloniens n'exploitaient pas tellement le raisonnement logique dans la solution de leurs problèmes?

____

____

9) Lorsque les Babyloniens solutionnaient des problèmes, se souciaient-ils de donner les raisons justifiant leur travail ou se limitaient-ils souvent à donner la démarche à suivre pour solutionner un problème?

a) Choisis la réponse qui te semble valable.

____

____

b) Illustre ta réponse à l'aide d'un exemple pris dans la bande dessinée.

____

____

____

____

____

10) <u>Qui a dit?</u>

Voici une série de 4 figures et de 4 commentaires. Associe aux figures les bons commentaires. (tu indiques la lettre du commentaire près du personnage).

<u>COMMENTAIRES</u>

A) La mathématique ne nous a pas permis d'enfler votre savoir.

B) La circonférence divisée par la mesure du diamètre donne approximativement 3.

C) Le périmètre serait, par exemple, la mesure de la clôture qui entoure un de nos emplacements de sangliers.

D) La longueur de la bande de métal qui est placée sur le contour d'une roue de char de combat représente la circonférence de la roue.

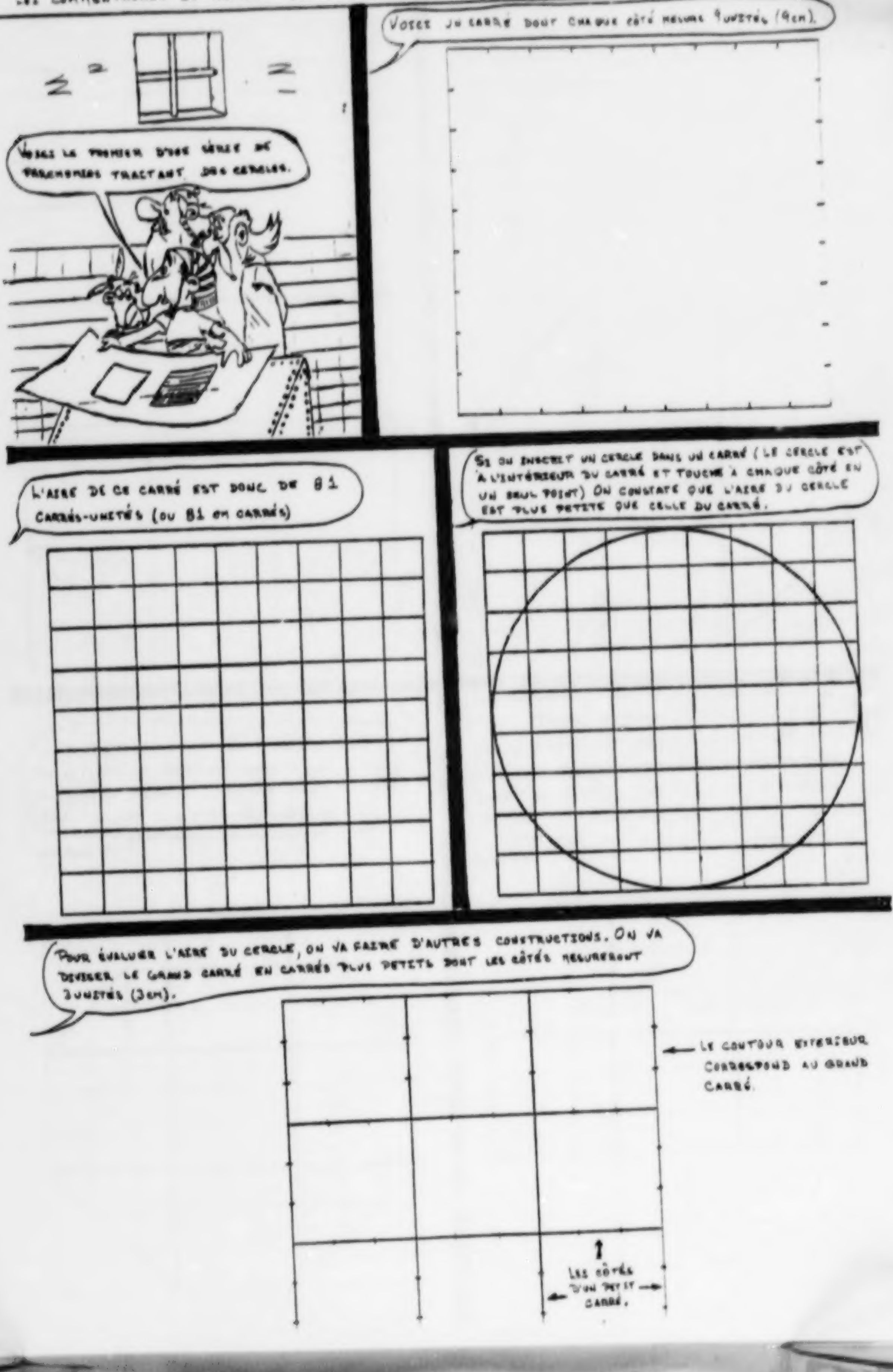
GRÂCE AU TRANSPORT DU CHAMEAU, ASTÉRIX ET OBÉLIX ONT ATTEINT [illegible] DANS UN TEMPS RECORD. D'AILLEURS, VOICI UNE REPRÉSENTATION DU TRAJET SUIVI.

RENSEIGNEMENTS SUR LES OBJETS RONDS OU CERCLES.
MON MAÎTRE NUMÉRIX SERA EN MESURE DE VOUS EN PARLER.
NOTRE MANIÈRE DE MESURER LE CERCLE, JE DOIS VOUS RENSEIGNER SUR L'AIRE.
AINSI, SI JE PRENDS LE CADRE CI-CONTRE...
EN ENLEVANT L'IMAGE, JE CONSERVE SEULEMENT LE CONTOUR OU LE CADRE.
CE CADRE A LA FORME D'UN RECTANGLE.
SI JE MESURE LA LONGUEUR DE CHACUN DES CÔTÉS, J'EN TIRE LE PÉRIMÈTRE DU CADRE...
TOC! TOC! TOC!
... CAR LE CADRE A LA FORME D'UN RECTANGLE ET LE PÉRIMÈTRE D'UN RECTANGLE S'OBTIENT EN ADDITIONNANT LA LONGUEUR DE CHACUN DES CÔTÉS, ÇA ON LE SAIT.
MAIS... LA RÉGION DÉLIMITÉE PAR LE CADRE S'APPELLE LA SURFACE...
...OU SI L'ON VEUT, LORSQUE L'IMAGE EST À L'INTÉRIEUR DU CADRE, L'IMAGE OCCUPE LA SURFACE À L'INTÉRIEUR DU CADRE.
ET LA MESURE DE LA SURFACE S'APPELLE L'AIRE.
ET POUR OBTENIR CETTE MESURE...
PAS TROP VITE!!
NOUS SAVONS QUE LE PÉRIMÈTRE EST LA LONGUEUR DE LA CLÔTURE DÉLIMITANT UN DE NOS EMPLACEMENTS DE SANGLIERS. LA SURFACE SERAIT ALORS LE TERRAIN SUR LEQUEL NOS SANGLIERS LIMITENT LEURS DÉPLACEMENTS?
C'EST ÇA! ET POUR MESURER CETTE SURFACE, ON UTILISE COMME UNITÉ...

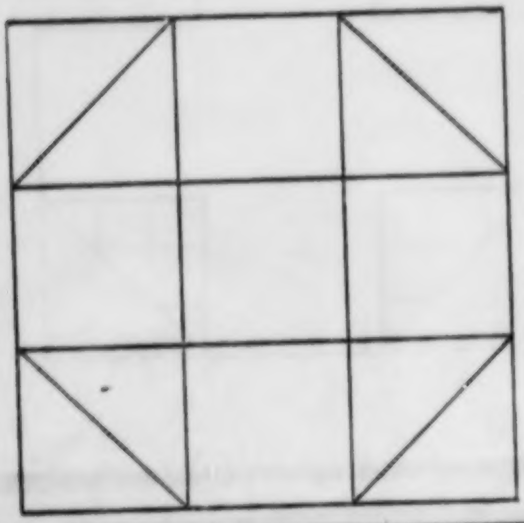
... UN CARRÉ, ICI, PAR EXEMPLE, L'AIRE DU PLANCHER SERAIT DONNÉE PAR LE NOMBRE DE TUILES CARRÉES QUI LE RECOUVRENT.
AINSI, CETTE MOSAÏQUE SUR LE MUR OCCUPE UNE AIRE DE CARRÉS-UNITÉS.
IL EXISTE CEPENDANT UN PROBLÈME. LES CARRÉS-UNITÉS N'ONT PAS TOUJOURS LES MÊMES DIMENSIONS D'UN OBJET À L'AUTRE.
C'EST UNE EXCELLENTE REMARQUE. POUR ÉVITER CETTE DIFFICULTÉ, NOUS AVONS PRIVILÉGIÉ CERTAINS CARRÉS-UNITÉS. LES CÔTÉS DE CES CARRÉS SONT MESURÉS SELON UNE UNITÉ DE LONGUEUR, ÇA PEUT ÊTRE, PAR EXEMPLE, DES CM, DES M OU ENCORE DES KM.
EST-CE QUE CELA VEUT DIRE QU'UN CARRÉ DONT CHAQUE CÔTÉ MESURE 1 CM VA SERVIR DE CARRÉ-UNITÉ ? OU ENCORE, UN CARRÉ DONT CHAQUE CÔTÉ MESURE 1 M. VA JOUER LE RÔLE DE CARRÉ-UNITÉ ?
C'EST ÇA ! PAR EXEMPLE POUR ÉVALUER L'AIRE DU RECTANGLE SUIVANT :
ON CHERCHE COMBIEN DE FOIS CE PETIT CARRÉ DE 1CM DE CÔTÉ EST CONTENU DANS LE GRAND.
ET ON OBTIENT SIX !
UNE AUTRE MANIÈRE D'OBTENIR PLUS RAPIDEMENT LES MÊMES RENSEIGNEMENTS SUR L'AIRE DU RECTANGLE EST DE TENIR COMPTE DE LA MESURE DES CÔTÉS. AINSI, LE GRAND CÔTÉ MESURE 3CM ET LE PETIT 2 CM...
3cm
ET SI ON FAIT LE PRODUIT DE LA MESURE DU PLUS GRAND CÔTÉ PAR LA MESURE DU PLUS PETIT CÔTÉ ON TROUVE AUSSI 6.
APRÈS AVOIR VARIÉ LES OBSERVATIONS DE CE GENRE SUR LES RECTANGLES ON A CONSTATÉ QUE L'AIRE S'OBTIENT EN MULTIPLIANT LA LONGUEUR DU GRAND CÔTÉ PAR LA LONGUEUR DU PETIT CÔTÉ

EST-CE QUE ÇA VEUT DIRE QU'UN RECTANGLE DONT LES CÔTÉS MESURENT RESPECTIVEMENT 3CM ET 4CM A UNE AIRE DE (3CM)(4CM) OU 12 CM CARRÉS ?
C'EST ÇA ! EN D'AUTRES MOTS, IL ENTRE 12 PETITS CARRÉS DE 1CM DE CÔTÉ DANS UN RECTANGLE DONT LES CÔTÉS MESURENT 3CM ET 4CM.
EST-CE QU'ON UTILISE LE MÊME PROCÉDÉ POUR CALCULER L'AIRE D'UN CARRÉ ?
PROBABLEMENT ! VÉRIFIONS À L'AIDE DE CONSTRUCTIONS !
VOICI UNE MOSAÏQUE DONT LES CÔTÉS MESURENT 4CM. ON Y RETROUVE 16 CARRÉS DE 1CM DE CÔTÉ.
4CM
4CM
QUANT À LA BASE DE L'OBÉLISQUE, ELLE A LA FORME D'UN CARRÉ DE 5M DE CÔTÉ. ON Y DÉNOMBRE AUSSI 25 BLOCS DE PIERRE DE FORME CARRÉE, DE 1M DE CÔTÉ.
5M
CES DEUX EXEMPLES NOUS PERMETTENT DE CONSTATER QUE L'AIRE D'UN CARRÉ S'OBTIENT EN ÉLEVANT AU CARRÉ LA MESURE D'UN CÔTÉ.
POURQUOI PARLER DE CARRÉS ? NOUS NOUS INTÉRESSONS AUX OBÉLISQUES RONDS.
POUR RÉPONDRE À VOTRE QUESTION, M. PANORAMIX IL VA FALLOIR RETOURNER DANS UNE DES PIÈCES DE MA MAISON.
QUELQUES INSTANTS PLUS TARD...
NOS ANCÊTRES ONT CERTAINEMENT PRIS, COMME À BABYLONE LA MÉTHODE DE LA CORDE POUR ÉVALUER LA CIRCONFÉRENCE. CEPENDANT, ILS ONT VOULU PRÉCISER DAVANTAGE LE RAPPORT "C/D" ET POUR CELA, ILS SE SONT INTÉRESSÉS À L'AIRE DU CERCLE. CES DOCUMENTS NOUS RENSEIGNERONT SUR LEUR DÉMARCHE.

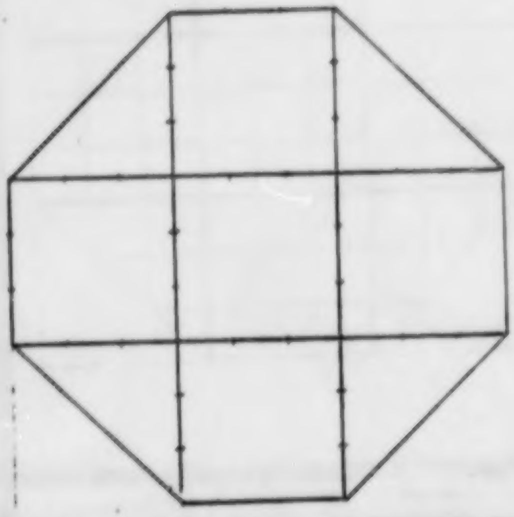
Dans les prochaines [illegible], nous nous [illegible] les commentaires de Numérix qui les accompagnent.



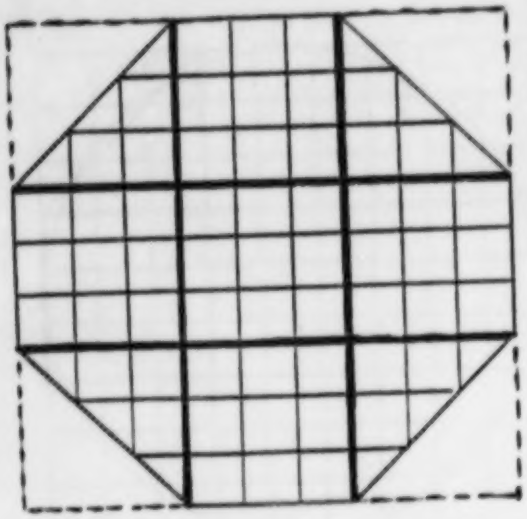
DANS CHACUN DES 4 CARRÉS SITUÉS AUX 4 COINS, ON TRACE UN SEGMENT DE DROITE RELIANT DEUX SOMMETS NON CONSÉCUTIFS DE CHACUN DE CES PETITS CARRÉS (CES SEGMENTS SONT DES DIAGONALES).



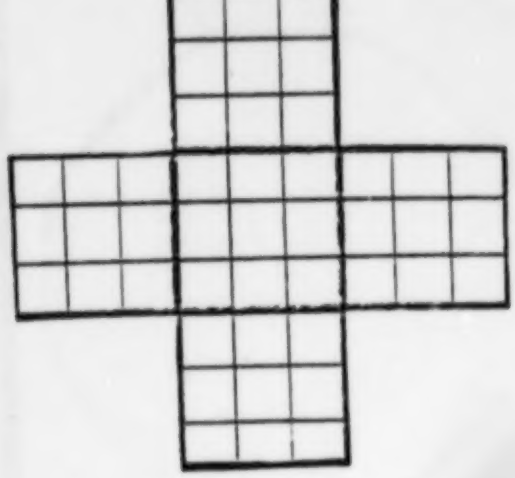
SI ON ENLÈVE CERTAINES PARTIES DES CARRÉS, ON OBTIENT LA FIGURE À HUIT CÔTÉS QUE L'ON APPELLE OCTOGONE



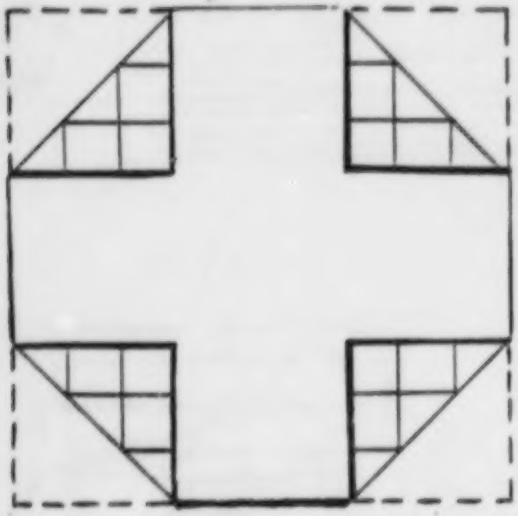
SI ON VEUT CALCULER L'AIRE DE L'OCTOGONE, ON N'A QU'À LE REPLACER DANS LE GRAND CARRÉ SUBDIVISÉ EN PETITS CARRÉS DONT CHAQUE CÔTÉ MESURE 3 UNITÉS. ON Y OBSERVE ALORS...



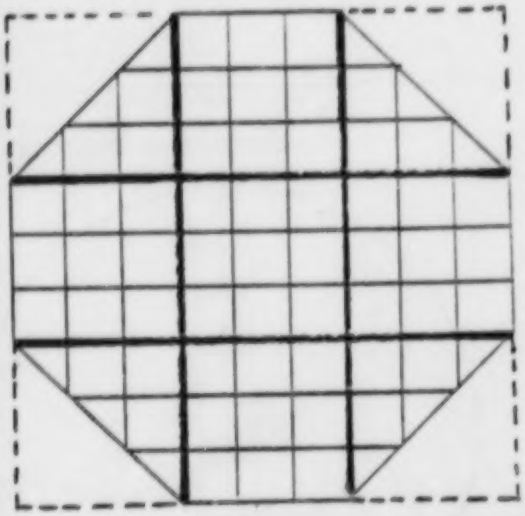
DANS LA RÉGION CENTRALE, LA PRÉSENCE DE CINQ PETITS CARRÉS DONT CHAQUE CÔTÉ MESURE 3 UNITÉS. L'AIRE DE CETTE PORTION DE L'OCTOGONE EST DONC DE 5 FOIS L'AIRE D'UN PETIT CARRÉ OU 5 FOIS (3×3) OU 5×9 OU 45 CARRÉS-UNITÉS ET...



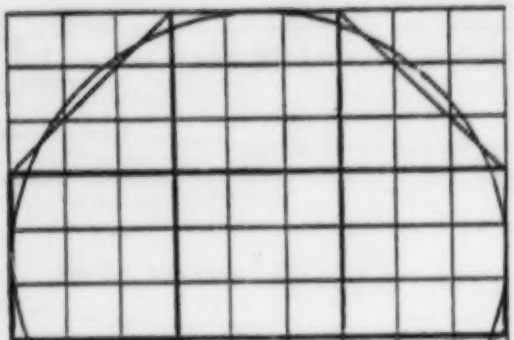
DANS LES COINS, ON REMARQUE LA PRÉSENCE DE QUATRE MOITIÉ DE PETITS CARRÉS DONT CHAQUE CÔTÉ MESURE 3 UNITÉS. L'AIRE DE CETTE PORTION DE L'OCTOGONE EST DONC DE 4 FOIS L'AIRE D'UN DEMI PETIT CARRÉ OU 4 FOIS $\frac{9}{2}$ OU $\frac{36}{2}$ OU 18 CARRÉS-UNITÉS.



L'AIRE DE L'OCTOGONE EST DONC ÉGALE À LA SOMME DES DEUX AIRES CALCULÉES PRÉCÉDEMMENT OU ENCORE DE 45 CARRÉS-UNITÉS PLUS 18 CARRÉS-UNITÉS OU DE 63 CARRÉS-UNITÉS.



ET SI ON REPLACE LE CERCLE DANS LE CARRÉ (OÙ ON A DÉJÀ TRACÉ L'OCTOGONE), ON OBTIENT ALORS LA FIGURE...



ET POUR AVOIR UNE MEILLEURE IDÉE DE L'AIRE DU CERCLE, ON CONSERVE SEULEMENT L'OCTOGONE ET LE CERCLE. EN HACHURANT LES RÉGIONS OÙ L'OCTOGONE DÉPASSE LE CERCLE ET EN NOIRCISSANT LES RÉGIONS OÙ LE CERCLE DÉPASSE L'OCTOGONE, ON CONSTATE QUE LES RÉGIONS NOIRCIES SONT PLUS GRANDES QUE LES RÉGIONS HACHURÉES. DONC L'AIRE DU CERCLE EST PLUS GRANDE QUE L'AIRE DE L'OCTOGONE

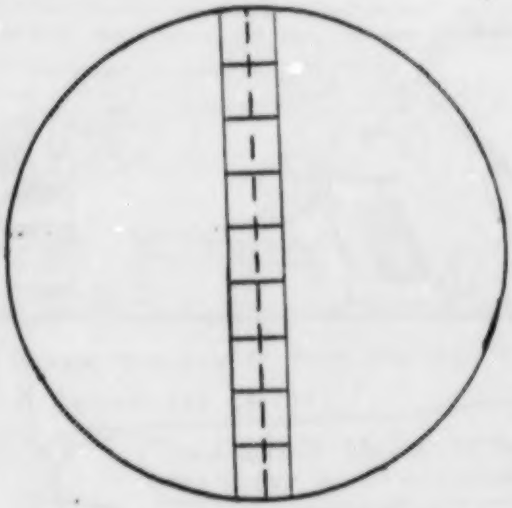
Comme l'aire de l'octogone est de 63 carrés-unités et que l'aire du cercle est plus grande, alors on a pensé que l'aire du cercle mesurerait 64 carrés-unités.

Et pourquoi 64 au lieu de 63,5 ou encore de 66?

C'est que 64 est l'aire d'un carré de 8 unités de côté. Nous pouvons donc rapprocher l'aire du cercle de celle d'un carré.

Et nous continuerons seulement avec les remarques de Numérex

Comme le cercle a un diamètre d'une longueur de 9 unités, on peut dire...



Aire du carré de 8 unités de côté est de 64 carrés-unités de même que l'aire du cercle dont le diamètre mesure 9 unités.

Comme le diamètre est la seule ligne du cercle dont nous connaissions la mesure, il faut utiliser cette donnée. Il faut donc exprimer 8 (la longueur du côté du carré) en fonction de la longueur du diamètre (9 unités) du cercle.

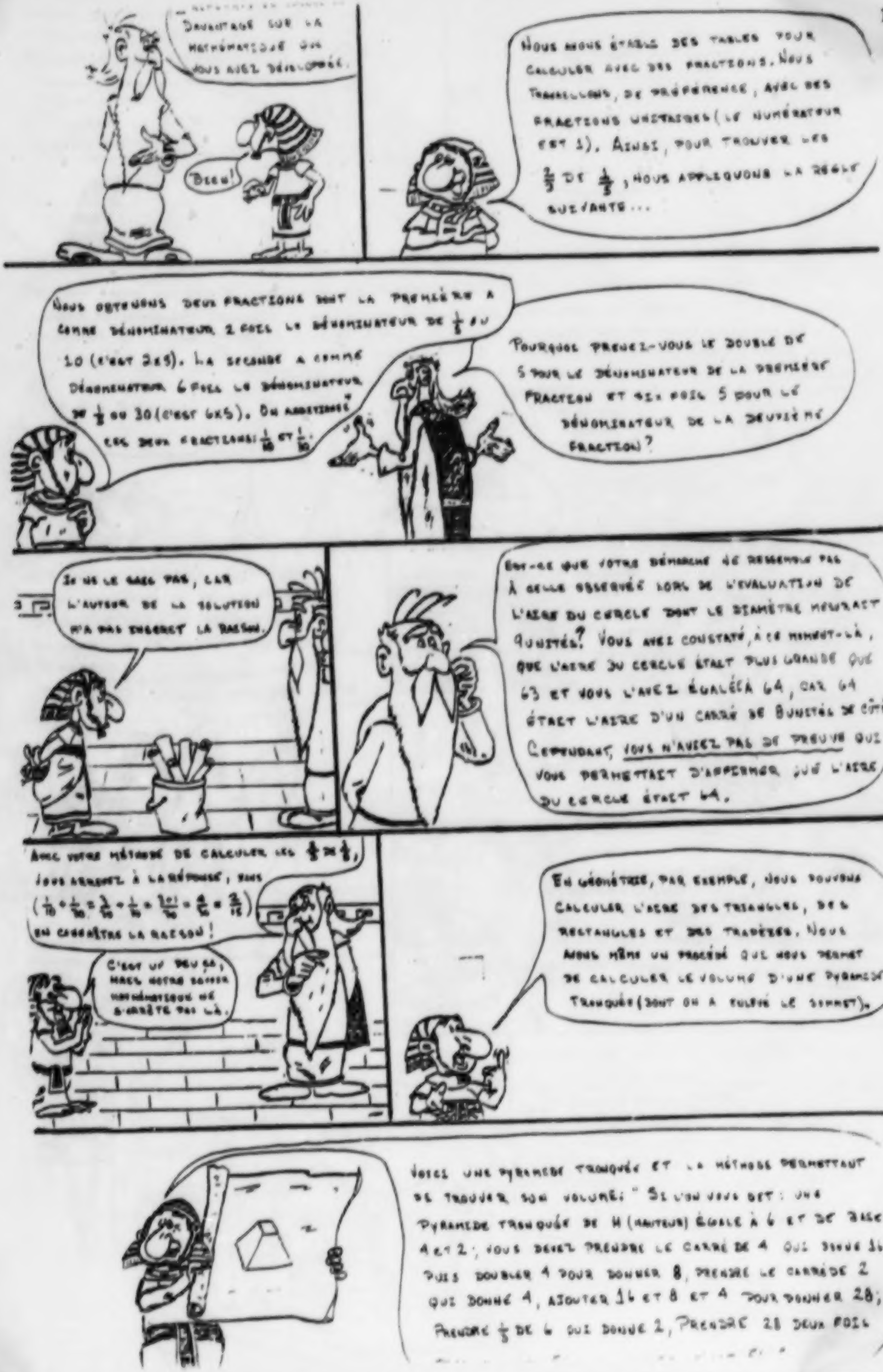
8 c'est le produit de $\frac{8}{9}$ par la longueur du diamètre, car $\frac{8}{9}$ x Diamètre $= \frac{8}{9} \times D = \frac{8}{9} \times 9 = \frac{72}{9}$.

Et l'aire du cercle qui vaut 64 ou résulte du produit de 8 par 8 peut aussi s'écrire $\left(\frac{8}{9}D\right)\left(\frac{8}{9}D\right)$ ou $\left(\frac{8}{9}D\right)^2$

Comme le diamètre (ou D) vaut deux rayons (ou R), alors on peut dire que l'aire du cercle qui est 64 ou $\left(\frac{8}{9}D\right)^2$ peut aussi s'écrire:

$\left(\frac{8}{9} \times 2R\right)^2$ ou $\left(\frac{8}{9} \times 2 \times R\right)^2$ ou $\left(\frac{16}{9}R\right)^2$ ou $\left(\frac{16}{9}\right)^2 R^2$

C'est ça!
Je me réfère à ce que vous m'avez dit!
Chaque fois que je pose une question, M. Astérix est contre!!!
Parce que M. Obélix ne sait pas lire entre les lignes!!
Chut, Obélix!
?
Tu n'as pas encore compris que la différence s'explique par la méthode de travail! Les Babyloniens ont évalué une circonférence à l'aide d'une corde et le diamètre à l'aide d'une branche! Les Egyptiens ont eu à mesurer que le diamètre d'un cercle!
Mais... il est fou, cet Astérix!
Toc!
Toc!
Toc!


DAVANTAGE SUR LA MATHÉMATIQUE QUE VOUS AVEZ DÉVELOPPÉE.
BIEN!
NOUS AVONS ÉTABLI DES TABLES POUR CALCULER AVEC DES FRACTIONS. NOUS TRAVAILLONS, DE PRÉFÉRENCE, AVEC DES FRACTIONS UNITAIRES (LE NUMÉRATEUR EST 1). AINSI, POUR TROUVER LES 2/3 DE 1/5, NOUS APPLIQUONS LA RÈGLE SUIVANTE...
NOUS OBTENONS DEUX FRACTIONS DONT LA PREMIÈRE A COMME DÉNOMINATEUR 2 FOIS LE DÉNOMINATEUR DE 1/5 OU 10 (C'EST 2X5). LA SECONDE A COMME DÉNOMINATEUR 6 FOIS LE DÉNOMINATEUR DE 1/5 OU 30 (C'EST 6X5). ON ADDITIONNE CES DEUX FRACTIONS: 1/10 ET 1/30.
POURQUOI PRENEZ-VOUS LE DOUBLE DE 5 POUR LE DÉNOMINATEUR DE LA PREMIÈRE FRACTION ET SIX FOIS 5 POUR LE DÉNOMINATEUR DE LA DEUXIÈME FRACTION?
JE NE LE SAIS PAS, CAR L'AUTEUR DE LA SOLUTION N'A PAS INSCRIT LA RAISON.
EST-CE QUE VOTRE DÉMARCHE NE RESSEMBLE PAS À CELLE OBSERVÉE LORS DE L'ÉVALUATION DE L'AIRE DU CERCLE DONT LE DIAMÈTRE MESURAIT 9 UNITÉS? VOUS AVEZ CONSTATÉ, À CE MOMENT-LÀ, QUE L'AIRE DU CERCLE ÉTAIT PLUS GRANDE QUE 63 ET VOUS L'AVEZ ÉGALÉE À 64, CAR 64 ÉTAIT L'AIRE D'UN CARRÉ DE 8 UNITÉS DE CÔTÉ. CEPENDANT, VOUS N'AVEZ PAS DE PREUVE QUI VOUS PERMETTAIT D'AFFIRMER QUE L'AIRE DU CERCLE ÉTAIT 64.
AVEC VOTRE MÉTHODE DE CALCULER LES 2/3 DE 1/5, VOUS ARRIVEZ À LA RÉPONSE, SANS (1/10 + 1/30 = 3/30 + 1/30 = 3+1/30 = 4/30 = 2/15) EN CONNAÎTRE LA RAISON!
C'EST UN PEU ÇA, MAIS NOTRE SAVOIR MATHÉMATIQUE NE S'ARRÊTE PAS LÀ.
EN GÉOMÉTRIE, PAR EXEMPLE, NOUS POUVONS CALCULER L'AIRE DES TRIANGLES, DES RECTANGLES ET DES TRAPÈZES. NOUS AVONS MÊME UN PROCÉDÉ QUI NOUS PERMET DE CALCULER LE VOLUME D'UNE PYRAMIDE TRONQUÉE (DONT ON A COUPÉ LE SOMMET).
VOICI UNE PYRAMIDE TRONQUÉE ET LA MÉTHODE PERMETTANT DE TROUVER SON VOLUME: " SI L'ON VOUS DIT: UNE PYRAMIDE TRONQUÉE DE H (HAUTEUR) ÉGALE À 6 ET DE BASES 4 ET 2; VOUS DEVEZ PRENDRE LE CARRÉ DE 4 QUI DONNE 16, PUIS DOUBLER 4 POUR DONNER 8, PRENDRE LE CARRÉ DE 2 QUI DONNE 4, AJOUTER 16 ET 8 ET 4 POUR DONNER 28; PRENDRE 1/3 DE 6 QUI DONNE 2, PRENDRE 28 DEUX FOIS

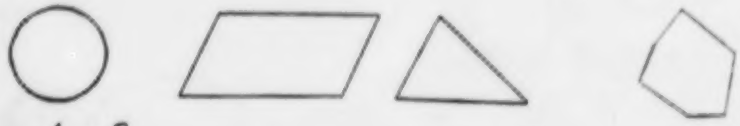
Pourquoi doublez-vous …, pourquoi prenez-vous le carré de 2 ? Pourquoi additionnez-vous 16,884?
Je ne le sais pas, l'auteur de la solution ne l'a pas indiqué.
Je constate que vous appliquez souvent des règles sans savoir pourquoi ces règles vous conduisent à la solution. De plus, vous ne sentez pas le besoin de trouver ce que vous dites.
En somme, votre manière de travailler en mathématique et votre façon de structurer cette science ressemblent beaucoup à celle des Babyloniens. Comme eux, vous vous référez à des problèmes déjà solutionnés et vous ne justifiez pas (ou ne trouvez pas) vos solutions. Vous ne cherchez pas à unifier votre savoir. Quant à votre calcul de …, il se révèle plus juste que celui des Babyloniens.
Vous avez raison, mais....
Tu as compris Idéfix ?
?
J'ai entendu dire qu'à Alexandrie, un nouveau mode de pensée est en train de voir le jour. Si vous voulez m'accompagner, ce soir je pars vers cette ville.
Nous acceptons votre invitation !
Quelques heures plus tard...
Quelle est cette lueur, Homérus ?
C'est la tour de l'île de Pharos, dont le feu guide les navires...
Existe-t-il deux tours pour guider les navires ? Regardez à l'est !
Non ! La lumière à l'est, c'est un ONNI. On en voit beaucoup de ce temple à Alexandrie !
Une tour pour les navires, un ONNI ; ils sont fous ces Égyptiens !
Le lendemain matin, le groupe entrait dans le port d'Alexandrie...
Dès que nous aurons accosté, je vous conduirai à l'université pour vous présenter Euclide.

Nom: ______________________ Date: ______________

Groupe: ______________ Prof.: ______________

Exercices

1) Sur chacune des figures ci-dessous, hachure (////) la région correspondant à la surface



2) Qu'est-ce que l'aire?

____

____

3) Comment fait-on pour obtenir l'aire d'un rectangle dont on connaît la longueur du petit côté et celle du grand côté?

____

4) Comment fait-on pour obtenir l'aire d'un carré dont on connaît la longueur des côtés?

____

5) Les Égyptiens, dans leur calcul de "C/D" ont remarqué que l'aire du cercle était légèrement supérieure à l'aire de quelle figure?

____

6) Quelle valeur les Égyptiens ont-ils obtenue pour "$\frac{C}{D}$"?

____

7) Si les Égyptiens calculaient la circonférence d'un cercle dont le diamètre mesure 9 mètres, quelle réponse obtiendraient-ils? (Donne les calculs)

____

____

____

8) Qu'est-ce qui nous amène à dire que les Égyptiens n'exploitaient pas tellement le raisonnement logique dans la solution de leurs problèmes?

____

____

9) Sur le plan de la justification des étapes à suivre pour solutionner un problème, les Égyptiens ont-ils une méthode de travail qui ressemble à celle des Babyloniens? Pourquoi?

____

____

____

____

Nom: ______________________

10) Qui a dit ?

Voici une série de 4 figures et de 4 commentaires. Associe aux figures les bons commentaires. (Tu indiques la lettre du commentaire près du personnage)

COMMENTAIRES

A) Quand vous travaillez en mathématiques, vous vous référez à des problèmes déjà solutionnés et vous ne justifiez pas vos solutions.

B) Comment se fait-il que "$\frac{C}{D}$" égale 3 pour les Babyloniens et $\left(\frac{16}{9}\right)^2$ ou 3,16049... pour vous?

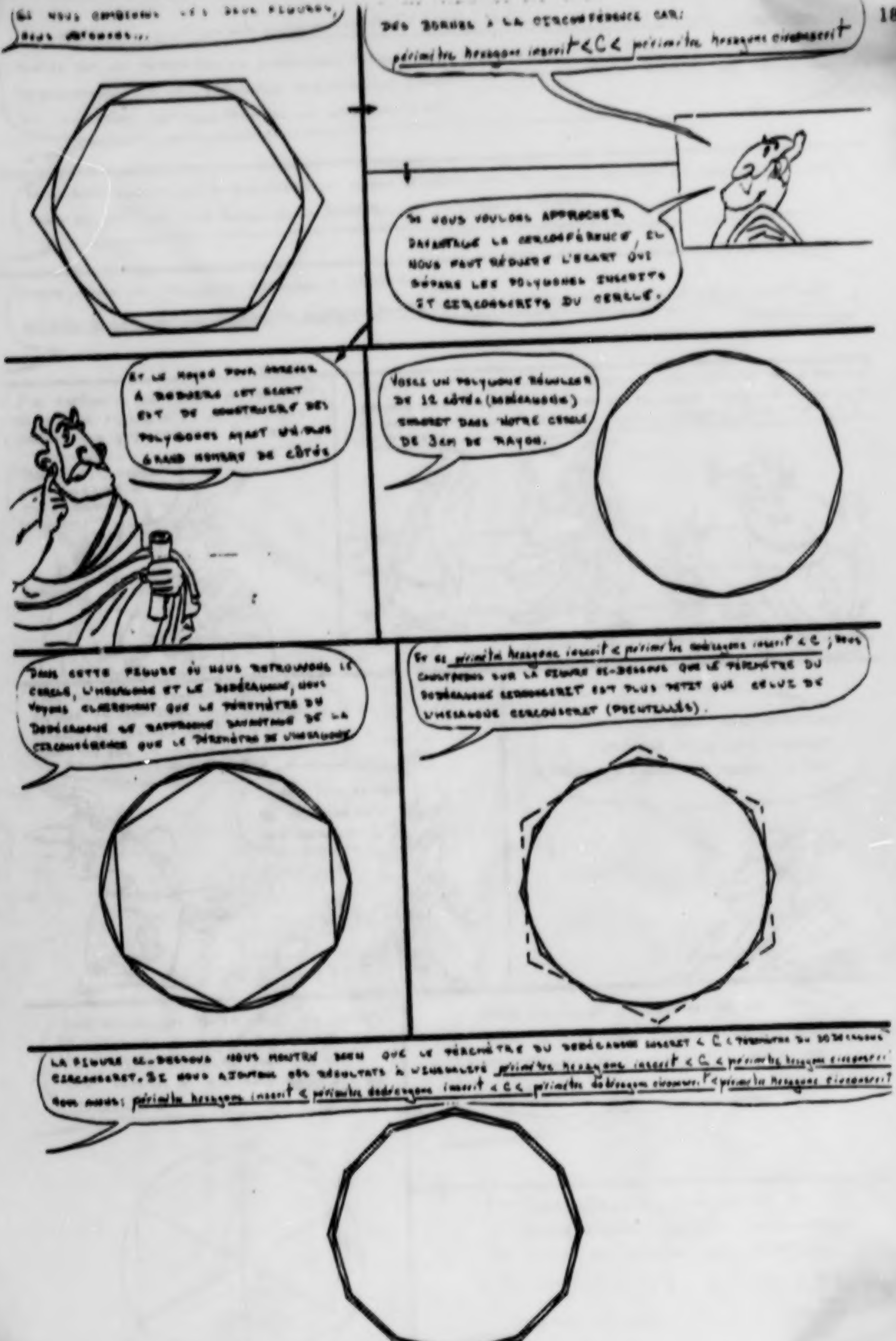
C) Nous savons que le périmètre est la longueur de la clôture délimitant un emplacement de sangliers. La surface serait alors le terrain sur lequel nos sangliers limitent leurs déplacements.

D) Nous obtenons la circonférence d'un cercle en multipliant le diamètre par "$\frac{C}{D}$" ou $\left(\frac{16}{9}\right)^2$. Les Babyloniens, eux, l'obtenaient en multipliant le diamètre par 3.

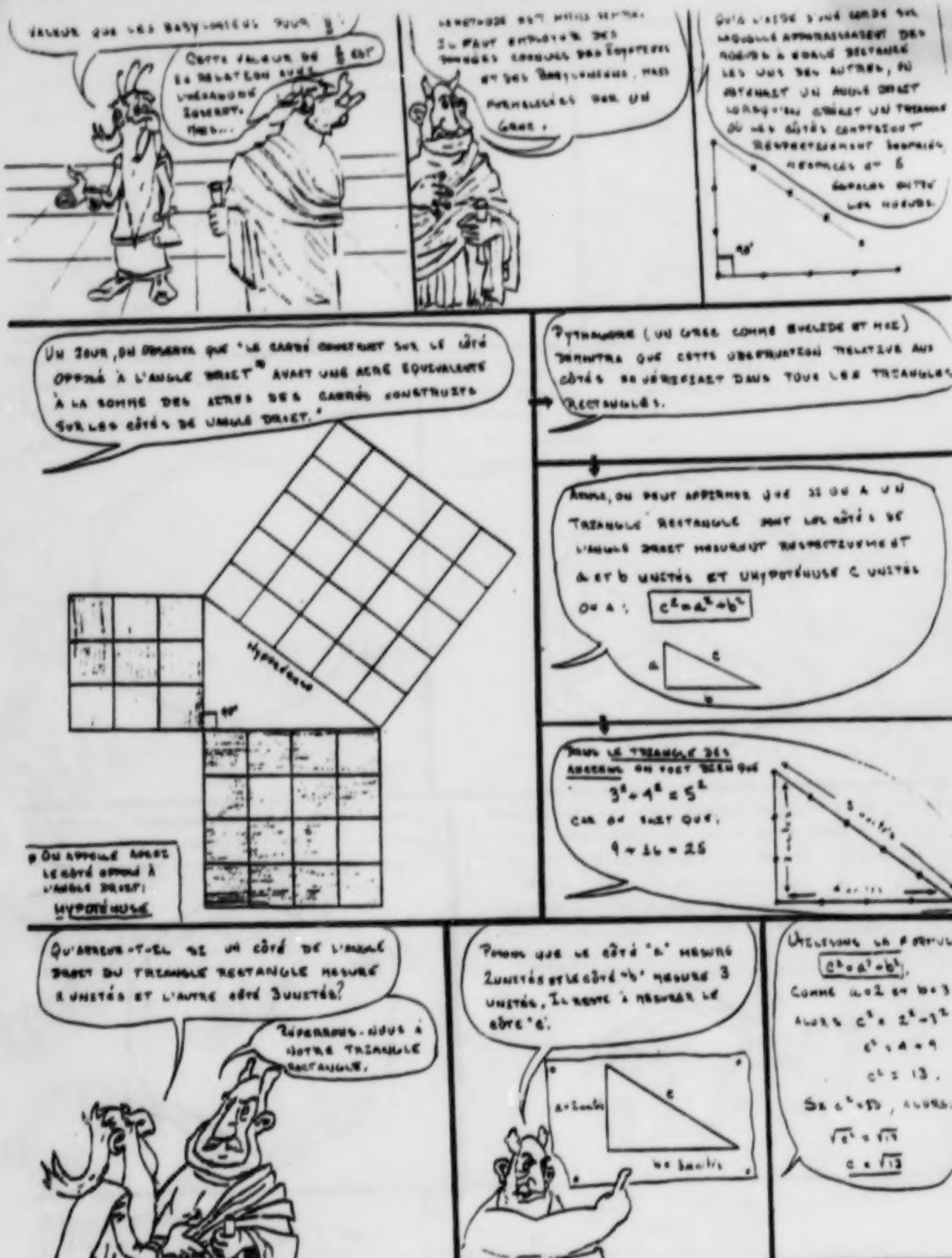
Parcouru la distance séparant Memphis d'Alexandrie en navire.
Mer Méditerranée
Alexandrie
Memphis
Mer Rouge
Maître Euclide, voici les Gaulois Panoramix, Astérix et Obélix. Ils sont à la recherche de renseignements sur la circonférence et les mathématiques.
Formidable!!!
J'aimerais connaître votre méthode pour calculer "π". J'ai déjà examiné celles des Égyptiens et des Babyloniens!
...Nous avons justement un professeur invité, Archimède, qui s'intéresse d'une manière particulière à ce sujet.
Au lieu d'essayer de mesurer la circonférence à l'aide d'une corde, ou d'évaluer l'aire du cercle à partir d'un carré, j'ai pris une nouvelle orientation...
Inspiré par les travaux de mes prédécesseurs (Antiphon et Bryson), j'ai approché la circonférence d'un cercle à l'aide de polygones réguliers inscrits et circonscrits.
J'ai deux questions à vous poser, M. Archimède:
1°) Que voulez-vous dire lorsque vous affirmez que vous avez approché la circonférence?
2°) Que signifie l'expression: des polygones réguliers inscrits et circonscrits?
Je vais d'abord répondre à votre seconde question. Des polygones réguliers sont des figures dont tous les côtés sont formés de segments de droite congrus entre eux et dont tous les angles intérieurs ont la même mesure.

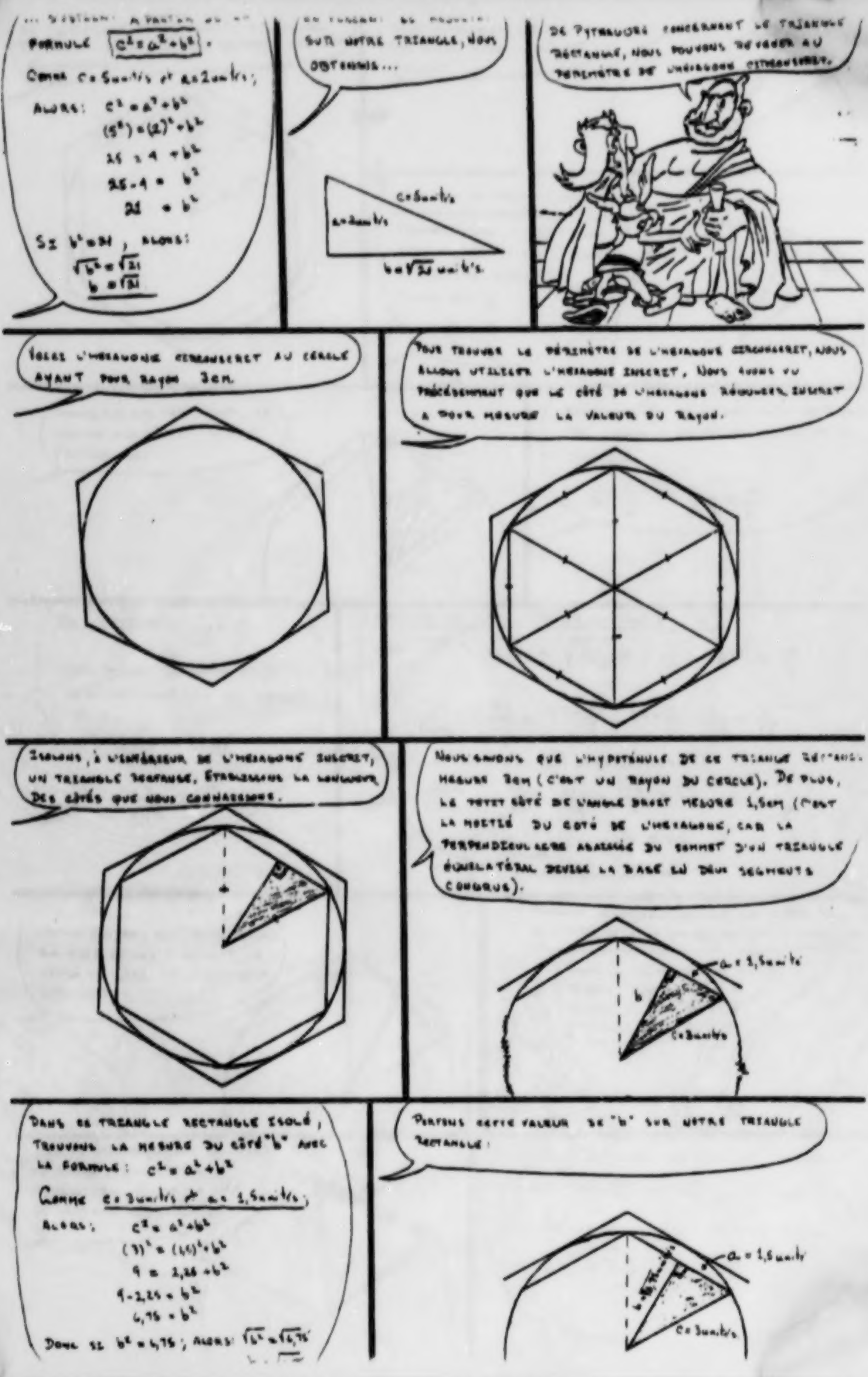
SONT DES CARRÉS, POUVONS-NOUS DIRE QU'ILS SONT DES POLYGONES RÉGULIERS?
BIEN SÛR! ILS ONT TOUS LEURS CÔTÉS CONGRUS ET LEURS ANGLES INTÉRIEURS SONT CONGRUS.
DONC, LORSQUE L'EMPLACEMENT EST UN RECTANGLE, ALORS C'EST UN POLYGONE QUI N'EST PAS RÉGULIER.
LE CERCLE EST-IL UN POLYGONE RÉGULIER?
POLYGONE, OBELIX! PAS POLYGOLE!
HUM! IL FAUT ÊTRE PATIENT DANS CES UNIVERSITÉS ROMAINES! LE CERCLE N'EST PAS UN POLYGONE, CAR IL NE SE COMPOSE PAS DE SEGMENT DE DROITE.
ON SAIT BIEN! ON NE NOUS EXPLIQUE JAMAIS RIEN À NOUS, IDEFIX!!
ET LORSQU'UN POLYGONE RÉGULIER EST PLACÉ À L'INTÉRIEUR D'UN CERCLE, DE MANIÈRE QUE TOUS SES SOMMETS TOUCHENT AU CERCLE, CE POLYGONE RÉGULIER EST ALORS INSCRIT. EN VOICI DES EXEMPLES SUR LE PAPYRUS.
ICI, VOUS AVEZ UN CARRÉ INSCRIT DANS UN CERCLE
Sommet
Sommet
Sommet
Sommet
ICI, C'EST UN PENTAGONE QUI EST INSCRIT
C'EST ÇA
EST-CE QUE ÇA VEUT DIRE QUE NOTRE EMPLACEMENT CARRÉ DE SANGLIER SERAIT INSCRIT S'IL ÉTAIT ENTOURÉ D'UNE AUTRE CLÔTURE CIRCULAIRE ET SI CHAQUE COIN DE L'EMPLACEMENT TOUCHAIT À CETTE CLÔTURE CIRCULAIRE?
PAR CONTRE CE CARRÉ EST CIRCONSCRIT AU CERCLE PARCE QU'IL EN TRACÉ À L'EXTÉRIEUR DU CERCLE ET QUE CHACUN DES CÔTÉS DU CARRÉ TOUCHE LE CERCLE EN UN SEUL POINT.
ICI, C'EST LE PENTAGONE QUI EST CIRCONSCRIT AU CERCLE.

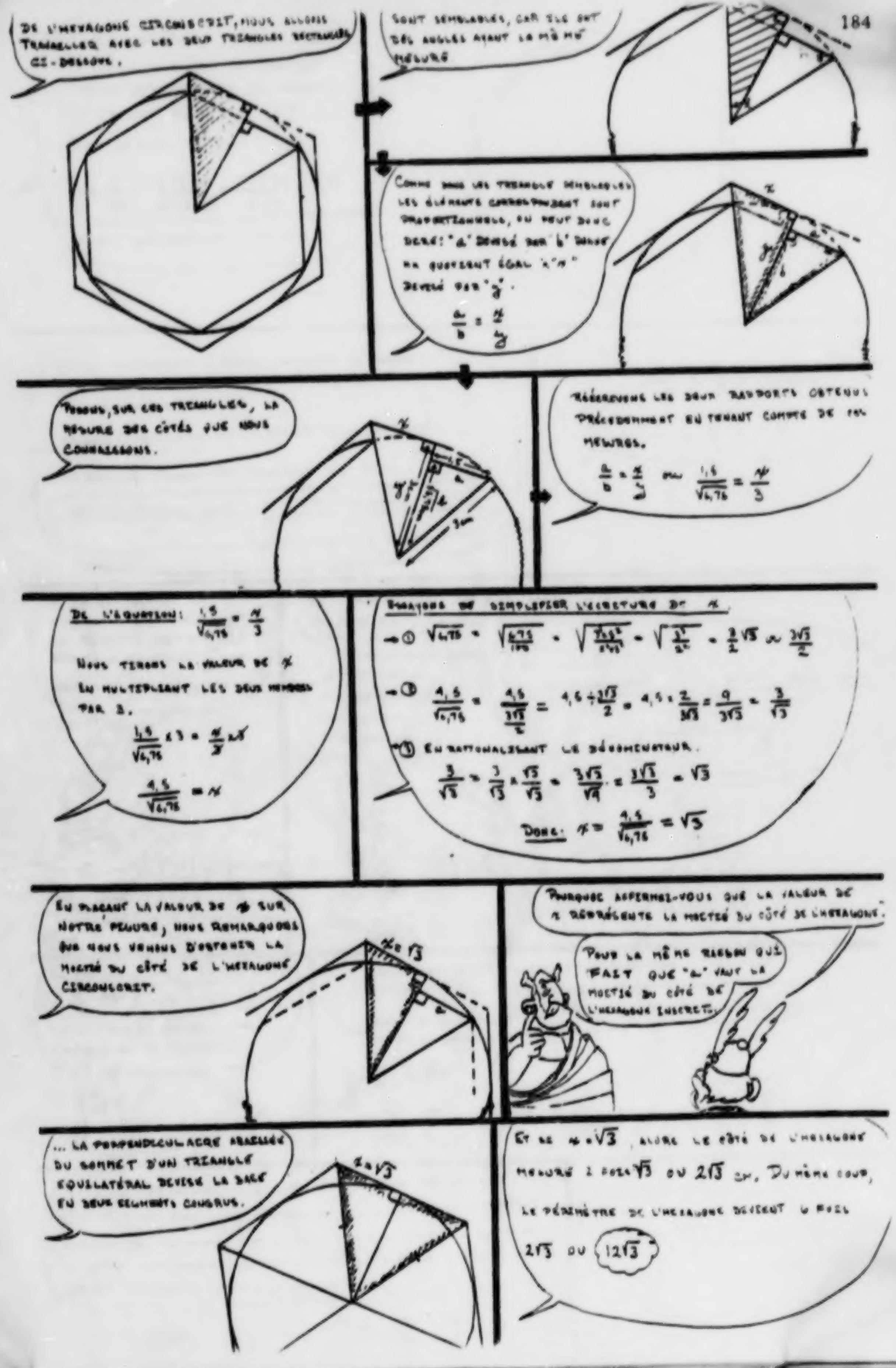
Hm!
Il est fou cet Archimède!!
Comme vous avez déjà compris les notions de polygones réguliers inscrits et circonscrits, alors je veux répondre à votre première question.
Quand je dis approcher la circonférence, je veux dire que j'évalue sa circonférence à partir du périmètre de figures qui se rapprochent de plus en plus du cercle. Suivez-moi!
Voici un cercle dont j'ignore la circonférence. Regardez comment je m'y prends pour évaluer cette circonférence. Vous allez comprendre le sens du mot approcher.
Voici ce cercle d'un rayon de 3cm dans lequel on a inscrit un hexagone (polygone à 6 côtés) régulier. Le périmètre de l'hexagone s'obtient en additionnant la longueur des côtés.
Cependant, le périmètre de l'hexagone inscrit est plus petit que la circonférence. Donc on peut traduire en abrégé :
périmètre hexagone inscrit < C.
Maintenant, si je circonscris un hexagone régulier à ce cercle, voici la figure
On remarque dans cette construction que le périmètre de l'hexagone circonscrit (qui s'obtient en additionnant la longueur des

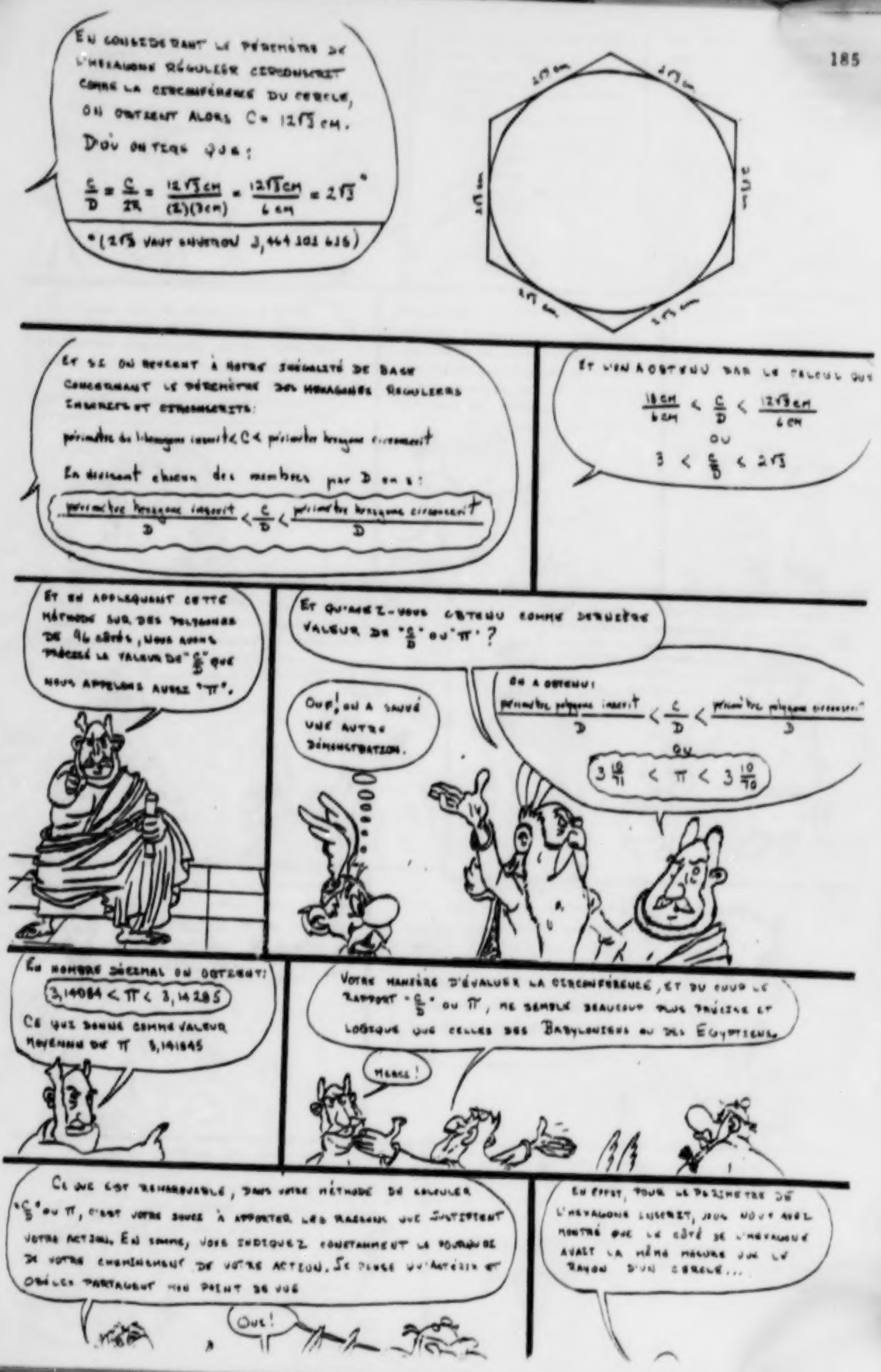

DES BORNES À LA CIRCONFÉRENCE CAR:
périmètre hexagone inscrit < C < périmètre hexagone circonscrit
SI NOUS VOULONS APPROCHER DAVANTAGE LA CIRCONFÉRENCE, IL NOUS FAUT RÉDUIRE L'ÉCART QUI SÉPARE LES POLYGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS DU CERCLE.
ET LE MOYEN POUR ARRIVER À RÉDUIRE CET ÉCART EST DE CONSTRUIRE DES POLYGONES AYANT UN PLUS GRAND NOMBRE DE CÔTÉS
VOICI UN POLYGONE RÉGULIER DE 12 CÔTÉS (DODÉCAGONE) INSCRIT DANS NOTRE CERCLE DE 3cm DE RAYON.
DANS CETTE FIGURE OÙ NOUS RETROUVONS LE CERCLE, L'HEXAGONE ET LE DODÉCAGONE, NOUS VOYONS CLAIREMENT QUE LE PÉRIMÈTRE DU DODÉCAGONE SE RAPPROCHE DAVANTAGE DE LA CIRCONFÉRENCE QUE LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE
QUE LE PÉRIMÈTRE DU DODÉCAGONE CIRCONSCRIT EST PLUS PETIT QUE CELUI DE L'HEXAGONE CIRCONSCRIT (POINTILLÉS).

périmètre hexagone inscrit < périmètre dodécagone inscrit < C < périmètre dodécagone circonscrit < périmètre hexagone circonscrit
MONTRE QUE LES PÉRIMÈTRES DU DODÉCAGONE INSCRIT ET DU DODÉCAGONE CIRCONSCRIT APPROCHE DAVANTAGE LA CIRCONFÉRENCE QUE LES PÉRIMÈTRES DES HEXAGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS. LA VALEUR DES PÉRIMÈTRES DES DODÉCAGONES EST TRÈS PRÈS DE LA CIRCONFÉRENCE.
ET SI NOUS CONTINUONS À AUGMENTER LE NOMBRE DE CÔTÉS DES POLYGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS, NOUS CONSTATONS QUE NOUS NOUS RAPPROCHONS TOUJOURS DE LA CIRCONFÉRENCE.
AINSI, POUR UN POLYGONE RÉGULIER À 24 CÔTÉS:
périmètre du dodécagone inscrit < périmètre du polygone inscrit à 24 côtés < C < périmètre du polygone circonscrit 24 côtés < périmètre du dodécagone circonscrit
J'AI POURSUIVI MON ÉTUDE DES POLYGONES RÉGULIERS INSCRITS ET CIRCONSCRITS JUSQU'À CEUX QUI COMPTENT 96 CÔTÉS.
FASCINANT! CEPENDANT VOUS PARLEZ DE C ET PAS DU RAPPORT "C/D".
POUR OBTENIR "C/D", IL SUFFIT DE DIVISER LA CIRCONFÉRENCE PAR LE DIAMÈTRE. OR, VOUS AVEZ VU QUE LE PÉRIMÈTRE DES POLYGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS SE RAPPROCHENT DE C, D'OÙ NOUS ALLONS DIVISER LE PÉRIMÈTRE PAR D OU 2 RAYONS.
MAIS COMMENT FAITES-VOUS POUR OBTENIR LES PÉRIMÈTRES DES POLYGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS? VOUS NE ... LA MESURE À L'AIDE D'INSTRUMENT (CORDE, ...)
JE VAIS VOUS EXPOSER MA DÉMARCHE POUR LES HEXAGONES.
REGARDONS CERTAINES CARACTÉRISTIQUES DE L'HEXAGONE RÉGULIER INSCRIT DANS UN CERCLE DE RAYON DE 3CM.
NOUS REMARQUONS QU'EN LIANT LES SOMMETS DE L'HEXAGONE AU CENTRE DU CERCLE, NOUS OBTENONS 6 TRIANGLES DONT LES CÔTÉS SONT CONGRUS ET MESURENT LA VALEUR DU RAYON. (3CM).
COMME L'HEXAGONE SE COMPOSE DE SIX CÔTÉS, ALORS LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE INSCRIT S'OBTIENT EN CALCULANT (3+3+3+3+3+3)CM OU 6×3CM OU 18CM.
EN CONSIDÉRANT LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE INSCRIT COMME LA CIRCONFÉRENCE DU CERCLE, ON OBTIENT ALORS C = 18CM.
D'OÙ ON TIRE QUE C/D = C/2R = 18CM/2×3CM = 18CM/6CM = 3


Un jour, on observa que "le carré construit sur le côté opposé à l'angle droit* avait une aire équivalente à la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit."
Pythagore (un Grec comme Euclide et moi) démontra que cette observation relative aux côtés se vérifiait dans tous les triangles rectangles.
Ainsi, on peut affirmer que si on a un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement a et b unités et l'hypoténuse c unités on a : $c^2 = a^2 + b^2$
a
b
c
Hypoténuse
90°
* On appelle aussi le côté opposé à l'angle droit : hypoténuse
Dans le triangle des anciens on voit bien que $3^2 + 4^2 = 5^2$
car on sait que, $9 + 16 = 25$
Qu'arrive-t-il si un côté de l'angle droit du triangle rectangle mesure 2 unités et l'autre côté 3 unités?
Référons-nous à notre triangle rectangle.
Posons que le côté "a" mesure 2 unités et le côté "b" mesure 3 unités. Il reste à mesurer le côté "c".
c
Utilisons la formule $c^2 = a^2 + b^2$.
Comme a = 2 et b = 3;
alors $c^2 = 2^2 + 3^2$
$c^2 = 4 + 9$
$c^2 = 13$.
$\sqrt{c^2} = \sqrt{13}$
$c = \sqrt{13}$
Que se passe-t-il si l'hypoténuse mesure 5 unités et un des côtés de l'angle droit 2 unités?
Revenez encore au triangle rectangle. Le côté "c" mesure 5 unités et le côté "a" mesure 2 unités, alors le côté "b"....


FORMULE $c^2 = a^2 + b^2$.
COMME c = 5 unités ET a = 2 unités;
ALORS: $c^2 = a^2 + b^2$
$(5^2) = (2)^2 + b^2$
$25 = 4 + b^2$
$25 - 4 = b^2$
$21 = b^2$
SI $b^2 = 21$, ALORS:
$\sqrt{b^2} = \sqrt{21}$
$b = \sqrt{21}$
SUR NOTRE TRIANGLE, NOUS OBTENONS...
c = 5 unités
a = 2 unités
$b = \sqrt{21}$ unités
DE PYTHAGORE CONCERNANT LE TRIANGLE RECTANGLE, NOUS POUVONS REVENIR AU PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE CIRCONSCRIT.
VOICI L'HEXAGONE CIRCONSCRIT AU CERCLE AYANT POUR RAYON 3 cm.
POUR TROUVER LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE CIRCONSCRIT, NOUS ALLONS UTILISER L'HEXAGONE INSCRIT. NOUS AVONS VU PRÉCÉDEMMENT QUE LE CÔTÉ DE L'HEXAGONE RÉGULIER INSCRIT A POUR MESURE LA VALEUR DU RAYON.
ISOLONS, À L'INTÉRIEUR DE L'HEXAGONE INSCRIT, UN TRIANGLE RECTANGLE. ÉTABLISSONS LA LONGUEUR DES CÔTÉS QUE NOUS CONNAISSONS.
NOUS SAVONS QUE L'HYPOTÉNUSE DE CE TRIANGLE RECTANGLE MESURE 3 cm (C'EST UN RAYON DU CERCLE). DE PLUS, LE PETIT CÔTÉ DE L'ANGLE DROIT MESURE 1,5 cm (C'EST LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'HEXAGONE, CAR LA PERPENDICULAIRE ABAISSÉE DU SOMMET D'UN TRIANGLE ÉQUILATÉRAL DIVISE LA BASE EN DEUX SEGMENTS CONGRUS).
a = 1,5 unités
b
c = 3 unités
DANS CE TRIANGLE RECTANGLE ISOLÉ, TROUVONS LA MESURE DU CÔTÉ "b" AVEC LA FORMULE: $c^2 = a^2 + b^2$
COMME c = 3 unités ET a = 1,5 unités;
ALORS: $c^2 = a^2 + b^2$
$(3)^2 = (1,5)^2 + b^2$
$9 = 2,25 + b^2$
$9 - 2,25 = b^2$
$6,75 = b^2$
DONC SI $b^2 = 6,75$; ALORS: $\sqrt{b^2} = \sqrt{6,75}$
PORTONS CETTE VALEUR DE "b" SUR NOTRE TRIANGLE RECTANGLE:
a = 1,5 unités
c = 3 unités


DE L'HEXAGONE CIRCONSCRIT, NOUS ALLONS TRAVAILLER AVEC LES DEUX TRIANGLES RECTANGLES CI-DESSOUS.
SONT SEMBLABLES, CAR ILS ONT DES ANGLES AYANT LA MÊME MESURE
COMME DANS LES TRIANGLE SEMBLABLES LES ÉLÉMENTS CORRESPONDANT SONT PROPORTIONNELS, ON PEUT DONC DIRE: "a" DIVISÉ PAR "b" DONNE UN QUOTIENT ÉGAL À "x" DIVISÉ PAR "y". a/b = x/y
x
y
b
POSONS, SUR CES TRIANGLES, LA MESURE DES CÔTÉS QUE NOUS CONNAISSONS.
x
3 cm
RÉÉCRIVONS LES DEUX RAPPORTS OBTENUS PRÉCÉDEMMENT EN TENANT COMPTE DE CES MESURES. a/b = x/y ou 1,5/√6,75 = x/3
DE L'ÉQUATION: 1,5/√6,75 = x/3 NOUS TIRONS LA VALEUR DE x EN MULTIPLIANT LES DEUX MEMBRES PAR 3. 1,5/√6,75 × 3 = x/3 × 3 4,5/√6,75 = x
ESSAYONS DE SIMPLIFIER L'ÉCRITURE DE x.
→ ① √6,75 = √(675/100) = √(3·15²/...) = √(3/2²) = 3/2 √3 ou 3√3/2
→ ② 4,5/√6,75 = 4,5/(3√3/2) = 4,5 ÷ 3√3/2 = 4,5 × 2/3√3 = 9/3√3 = 3/√3
→ ③ EN RATIONALISANT LE DÉNOMINATEUR. 3/√3 = 3/√3 × √3/√3 = 3√3/√9 = 3√3/3 = √3
DONC: x = 4,5/√6,75 = √3
EN PLAÇANT LA VALEUR DE x SUR NOTRE FIGURE, NOUS REMARQUONS QUE NOUS VENONS D'OBTENIR LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'HEXAGONE CIRCONSCRIT.
x = √3
POURQUOI AFFIRMEZ-VOUS QUE LA VALEUR DE x REPRÉSENTE LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'HEXAGONE.
POUR LA MÊME RAISON QUI FAIT QUE "a" VAUT LA MOITIÉ DU CÔTÉ DE L'HEXAGONE INSCRIT.
... LA PERPENDICULAIRE ABAISSÉE DU SOMMET D'UN TRIANGLE ÉQUILATÉRAL DIVISE LA BASE EN DEUX SEGMENTS CONGRUS.
x = √3
ET SI x = √3, ALORS LE CÔTÉ DE L'HEXAGONE MESURE 2 FOIS √3 OU 2√3 cm. DU MÊME COUP, LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE DEVIENT 6 FOIS 2√3 OU 12√3



EN CONSIDÉRANT LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE RÉGULIER CIRCONSCRIT COMME LA CIRCONFÉRENCE DU CERCLE, ON OBTIENT ALORS C = 12√3 CM.
D'OÙ ON TIRE QUE:
$\frac{C}{D} = \frac{C}{2R} = \frac{12\sqrt{3}\,CM}{(2)(3\,CM)} = \frac{12\sqrt{3}\,CM}{6\,CM} = 2\sqrt{3}$*
*(2√3 VAUT ENVIRON 3,464 101 615)
ET SI ON REVIENT À NOTRE INÉGALITÉ DE BASE CONCERNANT LE PÉRIMÈTRE DES HEXAGONES RÉGULIERS INSCRITS ET CIRCONSCRITS:
périmètre de l'hexagone inscrit < C < périmètre hexagone circonscrit
En divisant chacun des membres par D on a:
$\frac{\text{périmètre hexagone inscrit}}{D} < \frac{C}{D} < \frac{\text{périmètre hexagone circonscrit}}{D}$
ET L'ON A OBTENU PAR LE CALCUL QUE
$\frac{18\,CM}{6\,CM} < \frac{C}{D} < \frac{12\sqrt{3}\,CM}{6\,CM}$
OU
$3 < \frac{C}{D} < 2\sqrt{3}$
ET EN APPLIQUANT CETTE MÉTHODE SUR DES POLYGONES DE 96 CÔTÉS, NOUS AVONS PRÉCISÉ LA VALEUR DE "C/D" QUE NOUS APPELONS AUSSI "π".
ET QU'AVEZ-VOUS OBTENU COMME DERNIÈRE VALEUR DE "C/D" OU "π"?
OUF! ON A SAUVÉ UNE AUTRE DÉMONSTRATION.
ON A OBTENU:
$\frac{\text{périmètre polygone inscrit}}{D} < \frac{C}{D} < \frac{\text{périmètre polygone circonscrit}}{D}$
OU
$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$
EN NOMBRE DÉCIMAL ON OBTIENT:
3,14084 < π < 3,14285
CE QUI DONNE COMME VALEUR MOYENNE DE π 3,141845
VOTRE MANIÈRE D'ÉVALUER LA CIRCONFÉRENCE, ET DU COUP LE RAPPORT "C/D" OU π, ME SEMBLE BEAUCOUP PLUS PRÉCISE ET LOGIQUE QUE CELLES DES BABYLONIENS OU DES EGYPTIENS.
MERCI!
CE QUI EST REMARQUABLE, DANS VOTRE MÉTHODE DE CALCULER "C/D" OU π, C'EST VOTRE SOUCI À APPORTER LES RAISONS QUI JUSTIFIENT VOTRE ACTION. EN SOMME, VOUS INDIQUEZ CONSTAMMENT LE POURQUOI DE VOTRE CHEMINEMENT DE VOTRE ACTION. JE PENSE QU'ASTÉRIX ET OBÉLIX PARTAGENT MON POINT DE VUE
OUI!
EN EFFET, POUR LE PÉRIMÈTRE DE L'HEXAGONE INSCRIT, VOUS NOUS AVEZ MONTRÉ QUE LE CÔTÉ DE L'HEXAGONE AVAIT LA MÊME MESURE QUE LE RAYON D'UN CERCLE...

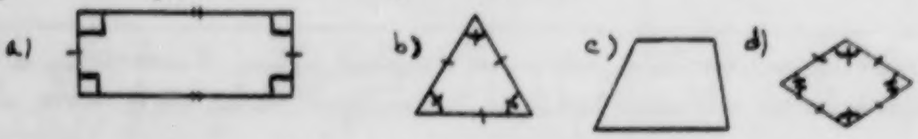
Vous nous avez présenté la relation de Pythagore dans les triangles rectangles, l'énoncé portant sur l'effet d'une perpendiculaire abaissée du sommet d'un triangle équilatéral sur la base...
des éléments correspondant dans les triangles semblables et les limites à la détermination de π.
C'est très juste, car...
pas basées uniquement sur la mesure ou l'évaluation à l'aide des sens. Il faut, au contraire, tabler sur l'enchaînement logique de nos propos.
Je pense que ce souci de prouver vos affirmations, d'appuyer vos dires sur des énoncés déjà prouvés ou des définitions établies est quelque chose de neuf. Nous n'avons pas rencontré cet état d'esprit chez les Babyloniens et les Égyptiens.
Cependant, ce type de démarche ne vous conduit-il pas vers une drôle de situation? Si je prouve ce que j'affirme, je dois donc supposer que je n'arrêterai jamais de prouver.
En effet: affirmation ↓ prouvée par une affirmation ou une définition ↓ prouvée par une autre affirmation ou définition ↓ et ainsi de suite...
Je me permets d'intervenir dans la discussion, car je suis en mesure d'apporter des informations supplémentaires concernant votre interrogation.
Pour arriver à prouver nos énoncés, sans être pris à toujours démontrer ce que l'on dit, nous acceptons au départ des vérités premières non démontrées et des mots indéfinissables.
Ces mots non définissables, on les appelle des Termes primitifs et ces vérités premières, des Axiomes ou postulats.
Donc, les Termes primitifs sont des mots utilisés dans les définitions pour nous empêcher de définir constamment. Les Axiomes et Postulats, eux, nous délivrent de l'obligation de prouver constamment nos énoncés.
Donc, si je comprends bien votre conception de la mathématique, vous avez d'une part les Termes primitifs utilisés dans les Définitions et les Axiomes, Postulats utilisés avec les définitions pour prouver les énoncés
C'est ça, mais...
...Comme les termes primitifs, les axiomes, les postulats sont vrais, alors les énoncés qui en découlent sont aussi vrais. Il devient alors assez simple de prouver nos dires et d'enchaîner nos idées. D'ailleurs c'est ce que vous avez remarqué chez Archimède.

Nom: ______________________ Date: ____________

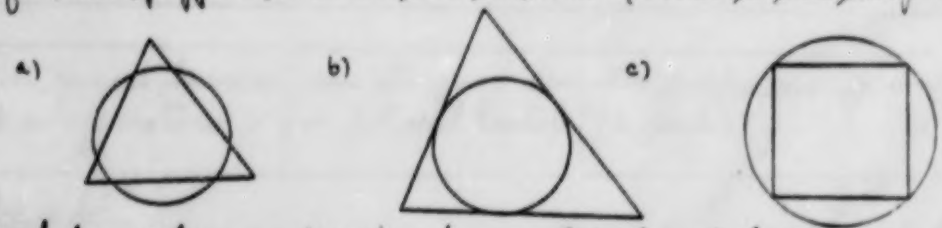
Groupe: ____________ Prof.: ____________

Exercices

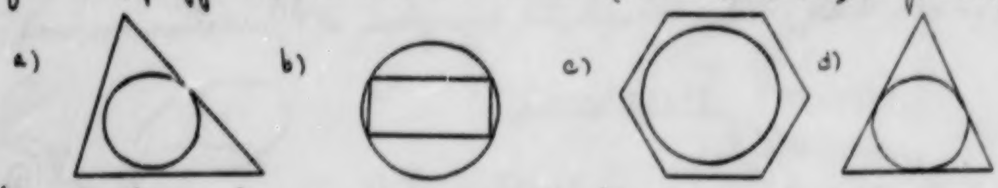
1) Lesquelles de ces figures sont des polygones réguliers ? (Encercle la lettre correspondante).



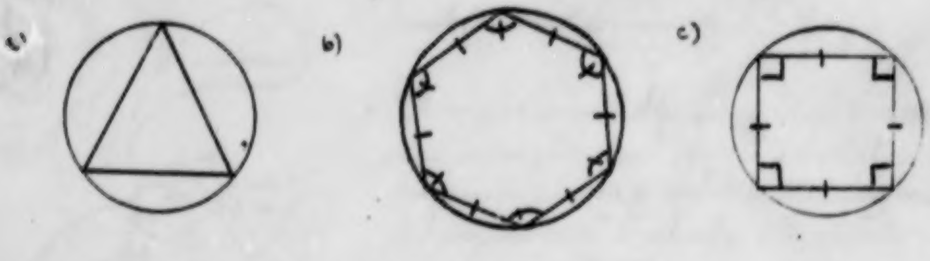
2) Lequel de ces polygones est inscrit dans un cercle ? (Encercle la lettre correspondante)



3) Lequel de ces polygones est circonscrit au cercle ? (Encercle la lettre correspondante)



4) Dans laquelle des figures ci-dessous le périmètre du polygone régulier approche-t-il le plus la circonférence ? (Encercle la lettre correspondante).



5) Quelle est la valeur moyenne que les Grecs ont obtenue pour "$\frac{C}{D}$" (ou π) avec des polygones réguliers inscrits et circonscrits de 96 côtés ?

____

6) Si les Grecs calculaient la circonférence d'un cercle dont le diamètre mesure 9 mètres, (à l'aide de la valeur de π donnée au nr 5) quelle réponse obtiendraient-ils ? (Calculs nécessaires)

____

____

____

Nom: ______________________

7) Qu'est-ce qui nous amène à dire qu'Archimède exploitait le raisonnement logique dans la solution des problèmes?

____

____

____

8) Est-ce qu'Archimède justifie les étapes à suivre pour solutionner un problème de la même façon que les Égyptiens et les Babyloniens? Que fait-il de différent?

____

____

____

9) Pour prouver les énoncés, sans être pris à démontrer <u>indéfiniment</u> la véracité de ses affirmations, à quoi fait appel Euclide? (2 points).

____

10) <u>Qui a dit?</u>

Voici une série de 4 figures et de 4 commentaires. Associe aux figures les bons commentaires. (tu indiques la lettre des commentaires près des personnages)

COMMENTAIRES

A) En mathématiques, il ne faut pas tabler uniquement sur la mesure, l'évaluation à l'aide des sens. Il faut, au contraire, miser sur l'enchaînement logique de nos propos.

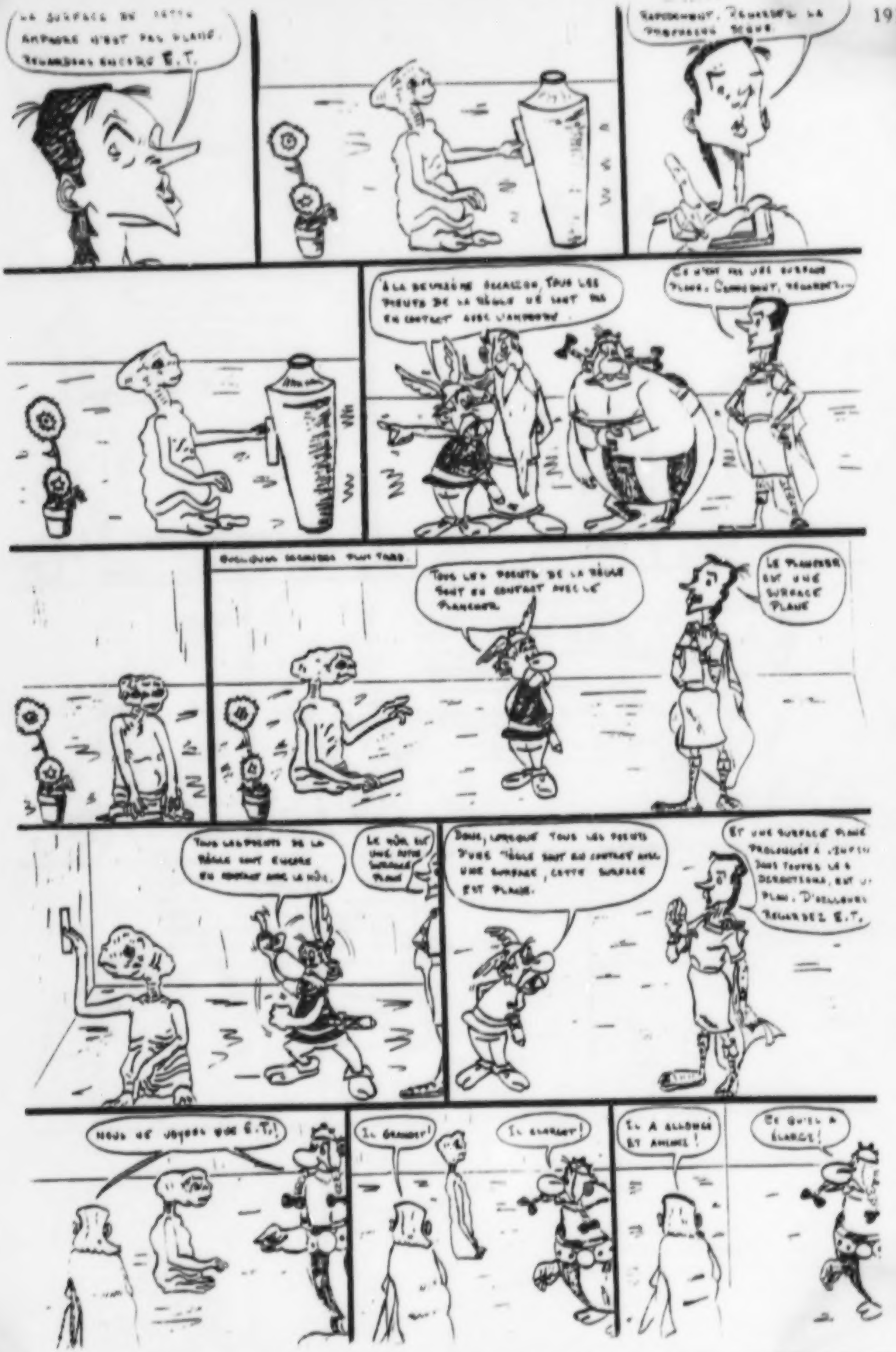
B) Est-ce que ça veut dire que notre emplacement carré de sanglier serait inscrit s'il était entouré d'une autre clôture circulaire et si chaque coin de l'emplacement touchait à cette clôture circulaire?

C) Le cercle est-il un polygône régulier?

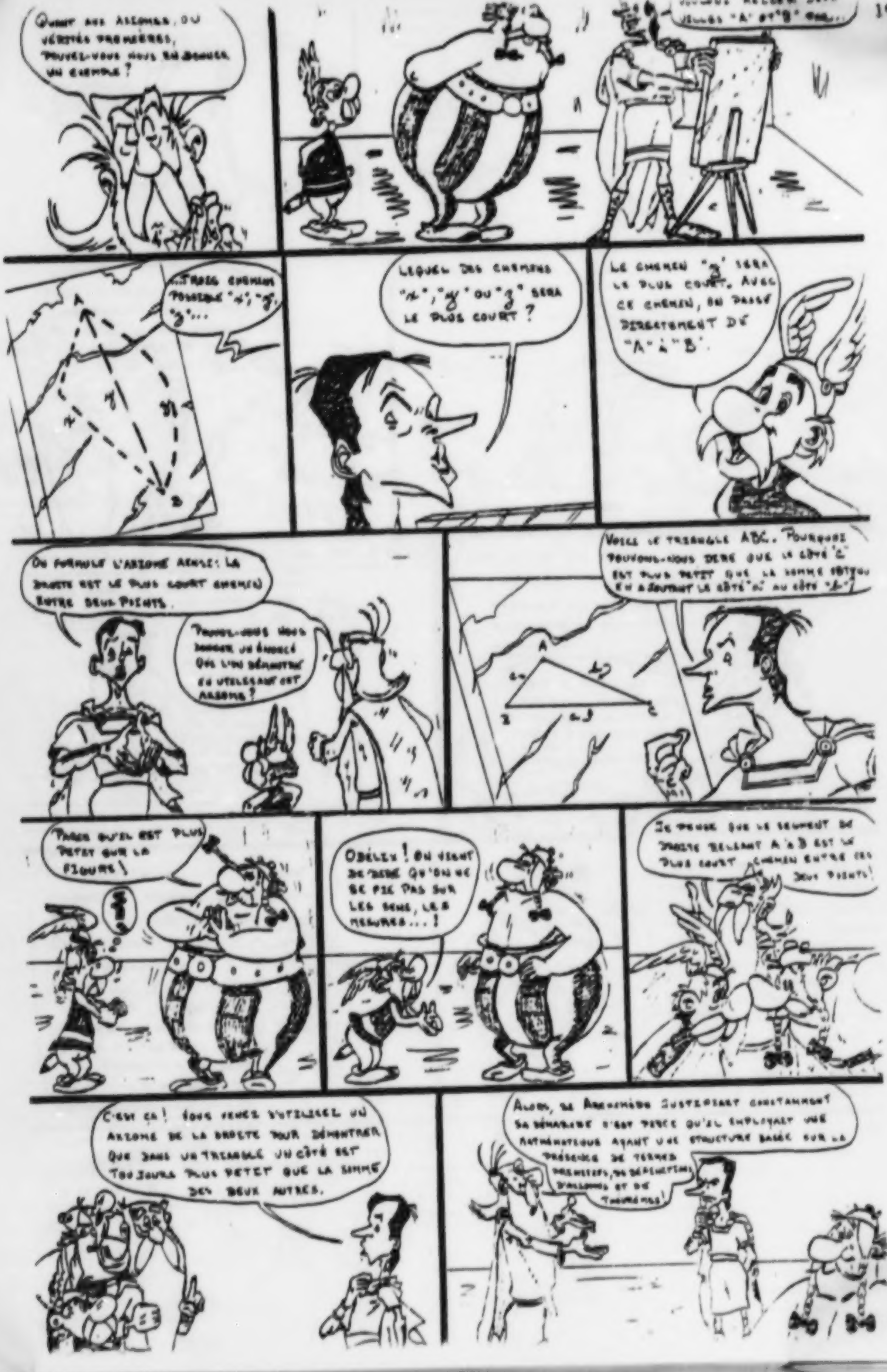
D) Ce qui est remarquable, dans votre méthode de calculer "$\frac{C}{D}$" ou π, c'est votre souci d'apporter les raisons qui justifient votre action. En somme, vous indiquez constamment le pourquoi de votre cheminement.

C'EST ÇA!
CERTAINEMENT! JE VAIS ME RÉFÉRER À LA GÉOMÉTRIE POUR RÉPONDRE À VOTRE QUESTION.
UN PREMIER TERME PRIMITIF EST UN POINT.
POURQUOI FAIRE DU POING UN TERME PRIMITIF?
HA! HA! HA! HA! I.I.! QUEL DRÔLE DE NOM!
E.T. ILLUSTRE-NOUS CE QU'EST UN POINT!
AH!
OH!
OUF!!

IDEFIX!!
DU POINT?
NOOON!


LA SURFACE DE CETTE AMPHORE N'EST PAS PLANE. REGARDONS ENCORE E.T.
RAPIDEMENT. REGARDEZ LA PROCHAINE SCÈNE.
À LA DEUXIÈME OCCASION, TOUS LES POINTS DE LA RÈGLE NE SONT PAS EN CONTACT AVEC L'AMPHORE.
CE N'EST PAS UNE SURFACE PLANE. CEPENDANT, REGARDEZ...
QUELQUES SECONDES PLUS TARD.
TOUS LES POINTS DE LA RÈGLE SONT EN CONTACT AVEC LE PLANCHER.
LE PLANCHER EST UNE SURFACE PLANE
TOUS LES POINTS DE LA RÈGLE SONT ENCORE EN CONTACT AVEC LE MUR.
LE MUR EST UNE AUTRE SURFACE PLANE
DONC, LORSQUE TOUS LES POINTS D'UNE RÈGLE SONT EN CONTACT AVEC UNE SURFACE, CETTE SURFACE EST PLANE.
ET UNE SURFACE PLANE PROLONGÉE À L'INFINI DANS TOUTES LES DIRECTIONS, EST UN PLAN. D'AILLEURS REGARDEZ E.T.
NOUS NE VOYONS QUE E.T.!
IL GRANDIT!
IL ÉLARGIT!
IL A ALLONGÉ ET AMINCI!
CE QU'IL A ÉLARGI!

C'est ça!
On découvre une ligne!
Remarquez-vous la même chose à la rencontre de deux murs?
Cette ligne apparaissant à l'intersection de deux plans s'appelle une ligne DROITE. La droite est un autre TERME PRIMITIF.
Existe-t-il d'autres termes primitifs, à part du point, du plan et de la droite?
Oui, on découvre encore une ligne!
D'ailleurs E.T. est un être de l'espace!
Au no I, nous avons un segment de droite ou PORTION DE DROITE COMPRISE ENTRE DEUX POINTS.
Au no II, nous avons une demi-droite ou ENSEMBLE DE POINTS D'UNE DROITE SITUÉS DU MÊME CÔTÉ D'UN POINT APPELÉ ORIGINE.
I
II


Quant aux axiomes, ou vérités premières, pouvez-vous nous en donner un exemple?
...Trois chemins possibles "x", "y", "z"...
Lequel des chemins "x", "y" ou "z" sera le plus court?
Le chemin "z" sera le plus court. Avec ce chemin, on passe directement de "A" à "B".
On formule l'axiome ainsi: la droite est le plus court chemin entre deux points.
Pouvez-vous nous donner un énoncé que l'on démontre en utilisant cet axiome?
Voici le triangle ABC. Pourquoi pouvons-nous dire que le côté "c" est plus petit que la somme obtenue en ajoutant le côté "a" au côté "b"?
A
B
C
Parce qu'il est plus petit sur la figure!
Obélix! On vient de dire qu'on ne se fie pas sur les sens, les mesures...!
Je pense que le segment de droite reliant A à B est le plus court chemin entre ces deux points!
C'est ça! Vous venez d'utiliser un axiome de la droite pour démontrer que dans un triangle un côté est toujours plus petit que la somme des deux autres.
Alors, si Archimède justifiait constamment sa démarche c'est parce qu'il employait une mathématique ayant une structure basée sur la présence de termes premiers, de définitions, d'axiomes et de théorèmes!

PRÉSENCE DE TERMES PRIMITIFS, DE DÉFINITIONS, D'AXIOMES ET POSTULATS, DE THÉORÈMES EST UNE MATHÉMATIQUE AXIOMATIQUE.
LA MATHÉMATIQUE EST LE SEUL MODÈLE QUI EXISTE?
PEUT-ÊTRE! MAIS DANS LE FUTUR?
LE LENDEMAIN, NOS TROIS COMPÈRES QUITTAIENT ALEXANDRIE...
POUR AVOIR UNE IDÉE SUR L'AXIOMATIQUE, DANS LE FUTUR, POURQUOI NE PAS CONSULTER UN DEVIN LORS DE NOTRE VOYAGE DE RETOUR?
BONNE IDÉE!
... ET S'ARRÊTAIENT EN GRÈCE POUR CONSULTER UN DEVIN
NOUS VENONS DE RENCONTRER EUCLIDE QUI NOUS PARLA D'UNE MATHÉMATIQUE AXIOMATISÉE. EST-CE QUE LA CONCEPTION DE L'AXIOMATIQUE DEMEURERA LA MÊME DANS LE FUTUR?
IL VA FALLOIR CONSULTER LES ENTRAILLES D'UN POISSON!
VOICI CE QUE JE VOIS!
L'AXIOMATIQUE D'EUCLIDE EST UNE AXIOMATIQUE EXPÉRIMENTALE, UNE AXIOMATIQUE QUI CHERCHE À TRADUIRE LE PLUS FIDÈLEMENT LA RÉALITÉ...
PENSEZ AUX PLANS QUE L'ON A RAPPROCHÉ DES PLANCHERS, DE LA DROITE QUE L'ON A COMPARÉ À L'INTERSECTION DE DEUX MURS...
UNE PREMIÈRE VARIATION DE CETTE AXIOMATIQUE VIENDRA DU CHANGEMENT D'UN OU DES AXIOMES, POSTULATS. ON OBTIENDRA, ALORS, UNE MATHÉMATIQUE DIFFÉRENTE DE LA PRÉCÉDENTE. PAR EXEMPLE, EN SUPPOSANT QUE L'ON PEUT TRACER, PAR UN POINT, PLUS D'UNE PARALLÈLE À UNE DROITE ON ARRIVE À UNE GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTE DE CELLE D'EUCLIDE.
UNE AUTRE VARIATION DE L'AXIOMATIQUE VIENDRA DE HILBERT. CE DERNIER SUGGÉRERA DE NE PLUS SE PRÉOCCUPER DE LA CORRESPONDANCE ENTRE LES TERMES PRIMITIFS ET LES OBJETS RÉELS CORRESPONDANT (PLANCHER ET MUR...). AU CONTRAIRE, ON ÉTABLIRA AU DÉPART DES TERMES PRIMITIFS, SANS LIEN AVEC LA RÉALITÉ, ON FIXERA LES RÈGLES DU JEU (AXIOMES, POSTULATS) ET AVEC CES RÈGLES ON ARRIVERA À TOUT CONSTRUIRE LE SYSTÈME
LE CALCUL DE π VA SE PRÉCISER, ...
LE CALCUL DE π S'EST PRÉCISÉ AVEC L'AXIOMATISATION DE LA MATHÉMATIQUE. CETTE PRÉCISION DE LA VALEUR DE π VA-T-ELLE CONTINUER?
... SNELLIUS ET NICOLAS DE CUSA CESSERONT D'UTILISER L'ÉCART ENTRE LE POLYGONE INSCRIT ET CIRCONSCRIT POUR LE CALCUL DE π. ILS TRAVAILLERONT PLUTÔT AVEC UN ARC DE CERCLE ET UNE TANGENTE ET ARRIVERONT À UN RÉSULTAT PLUS PRÉCIS. À CE MOMENT-LÀ, ON INSISTERA SUR LE CALCUL DE π AVEC LE PLUS GRAND NOMBRE DE PLACES DÉCIMALES. PLUS TARD, ON UTILISERA LES SÉRIES POUR OBTENIR π PLUS

N.B.: Notre travail ne respecte pas scrupuleusement l'histoire. César n'a pas vécu au même moment qu'Archimède et ce dernier n'a pas vécu à la même époque qu'Euclide.

Nom: ______________________ Date: ______________

Groupe: ______________ Test.: ______________

Exercices

1) Quels sont les éléments d'une mathématique axiomatisée ?

____

____

2) Qu'est-ce que des termes primitifs ?

____

____

3) Qu'est-ce que des axiomes ?

____

____

4) Quel a été le grand apport des termes primitifs et des axiomes, au plan du raisonnement logique ?

____

____

5) Nomme quatre termes primitifs signalés dans la bande dessinée.

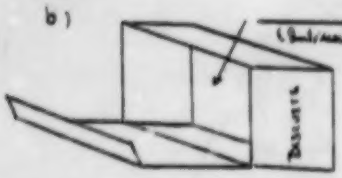
____

____

6) Voici des images de quatre objets. Associe à chacune de ces images, un terme primitif.

a)

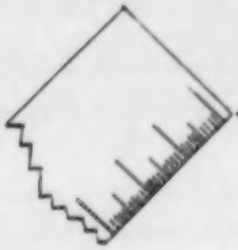
____

b) 

____
(Intérieur de la boîte)

c)

____

d) 

____

7) Quel(s) terme(s) primitif(s) utilise-t-on dans :

a) la définition de segment de droite ?

____

b) la définition d'une demi-droite ?

____

Nom:

8) Donne un exemple d'un axiome utilisé dans la bande dessinée.

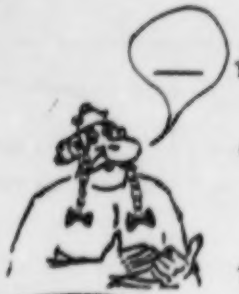
9) Donne l'énoncé (le théorème) que l'on démontre à l'aide de cet axiome.

10) Pourquoi dit-on que l'axiomatique d'Euclide est expérimentale? Donne des exemples qui illustrent ta réponse.

11) Donne deux variations que subira l'axiomatique d'Euclide.

12) Qui a dit?

Voici une série de 5 figures et de 5 commentaires. Associe aux figures les bons commentaires. (tu indiques la lettre du commentaire près du personnage)



COMMENTAIRES

A) Alors, si Archimède justifiait correctement sa démarche c'est parce qu'il employait une mathématique ayant une structure basée sur la présence de termes primitifs, de définitions, d'axiomes et de théorèmes!

B) Pourquoi faire du point un terme primitif?

C) Lorsque tous les points d'une règle sont en contact avec une surface, cette surface est plane

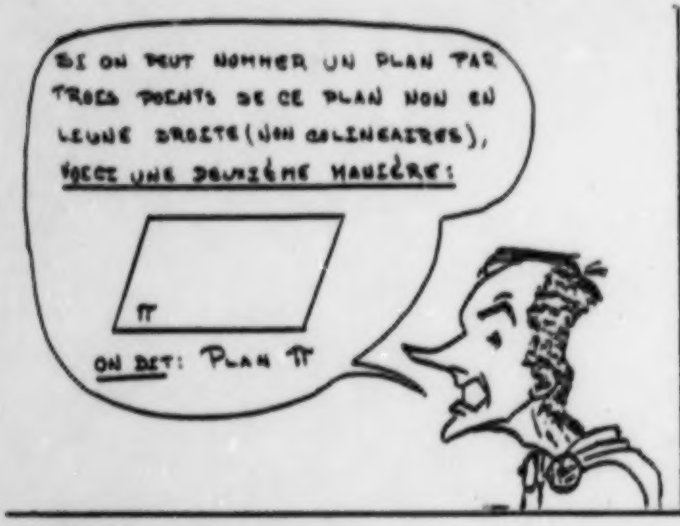
D) Cette mathématique basée sur la présence de termes primitifs, de définitions, d'axiomes et postulats, de théorèmes est une mathématique axiomatisée.

E) Une première variation de cette axiomatique viendra du changement d'un des axiomes, postulats. On obtiendra, alors, une géométrie différente de celle d'Euclide.

d) Représentation et notation des termes primitifs

-10-
Numéro 2
Trace l'image d'un point. Si ce point se nomme D, porte son nom sur ton dessin.
Quant à la droite, voici sa représentation :
Pourquoi dessinons-nous les pointes de flèches ?
Numéro 3
Choisis la bonne réponse à la question d'Astérix.
a) Pour indiquer les directions.
b) Parce que la droite est illimitée dans les deux sens.
c) Parce que la droite est un terme premier.
Il existe quatre manières de nommer une droite. Voici la première :
A B
On dit : droite AB ou AB
Numéro 4
Qu'est-ce qu'on a choisi sur la droite, pour la nommer ?
Numéro 5
Soit la droite suivante :
C D
Au lieu d'écrire la droite CD, qu'est-ce que je peux écrire ?
Si on peut nommer une droite par deux points choisis sur elle, voici une deuxième manière :
(E)
On dit : Droite (E) ou (E)
Numéro 6
A-t-on choisi un point sur la droite, pour la nommer ?
Numéro 8
Pour quelle raison avons-nous placé la lettre majuscule entre parenthèses ?
Numéro 7
- Quel type de lettre avons-nous choisi pour nommer la droite ?
- Avons-nous donné seulement cette lettre ?
On peut nommer une droite par une lettre majuscule placée entre parenthèses. Voici une troisième manière :
e
On dit : Droite e ou e

-11-
NUMÉRO 9:
A-T-ON CHOISI UN POINT SUR LA DROITE, POUR LA NOMMER?
ON PEUT NOMMER UNE DROITE PAR UNE LETTRE MINUSCULE SEULE. VOICI UNE QUATRIÈME MANIÈRE DE NOMMER UNE DROITE:
x
x'
ON DIT: DROITE xx' OU $\overleftrightarrow{xx'}$
NUMÉRO 11
A-T-ON CHOISI DES POINTS SUR LA DROITE, POUR LA NOMMER?
NUMÉRO 10:
- QUEL TYPE DE LETTRE AVONS-NOUS CHOISI POUR NOMMER LA DROITE?
- AVONS-NOUS DONNÉ SEULEMENT CETTE LETTRE?
NUMÉRO 12
- QUEL TYPE DE LETTRE AVONS-NOUS CHOISI POUR NOMMER LA DROITE?
- QUELLES SONT CES LETTRES
NUMÉRO 13
AU LIEU D'ÉCRIRE LA DROITE xx', QU'EST-CE QUE JE PEUX ÉCRIRE
NUMÉRO 14
ESSAIE DE COMPLÉTER LE TABLEAU PORTANT SUR LES DIVERSES FAÇONS DE NOMMER UNE DROITE.
(TU COMPLÈTERAS DANS TON CAHIER)
1°) PAR DEUX POINTS DISTINCTS CHOISIS SUR LA DROITE.
Ex.: A B
DROITE AB OU $\overleftrightarrow{AB}$
2°) ____
3°) ____
4°) ____
COMMENT ALLONS-NOUS PROCÉDER POUR LE PLAN?
C'EST PLUS FACILE, CAR IL EXISTE SEULEMENT DEUX MANIÈRES DE NOMMER UN PLAN.
NOUS ALLONS REPRÉSENTER UN PLAN PAR UN PARALLÉLOGRAMME
COMMENT ALLONS-NOUS LE NOMMER?
VOICI LA PREMIÈRE MANIÈRE DE NOTER UN PLAN
A
B
C
ON DIT: LE PLAN ABC
NUMÉRO 15
COMBIEN A-T-ON CHOISI DE POINTS?
NUMÉRO 16
DE QUELLE MANIÈRE SONT DISPOSÉS CES TROIS POINTS?
NUMÉRO 17
LES TROIS POINTS SONT-ILS EN LIGNE DROITE?



NUMÉRO 18

DANS LA DEUXIÈME MANIÈRE DE NOMMER UN PLAN, COMBIEN A-T-ON CHOISI DE POINT?

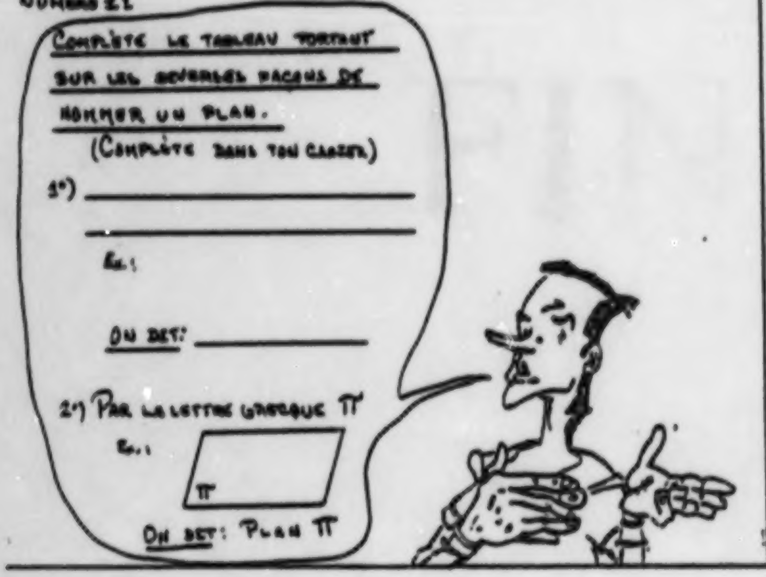
NUMÉRO 19

QUEL PEUPLE UTILISA CE SYMBOLE (π)?

NUMÉRO 20

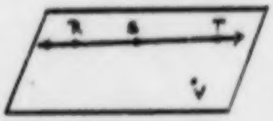
TRACE DANS TON CAHIER LE PLAN ABC ET TRACE, DANS CE PLAN, LA DROITE AB.

NUMÉRO 21



NUMÉRO 22

SOIT:



22.1) POUVONS-NOUS NOMMER CE PLAN RST? POURQUOI?

22.2) NOMME CE PLAN DE TROIS MANIÈRES DIFFÉRENTES.

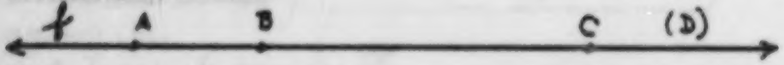
22.3) NOMME UNE DROITE DE TROIS MANIÈRES.

22.4) NOMME TROIS POINTS EN LIGNE DROITE (COLINÉAIRES)

22.5) NOMME TROIS POINTS NON EN LIGNE DROITE (NON COLINÉAIRES

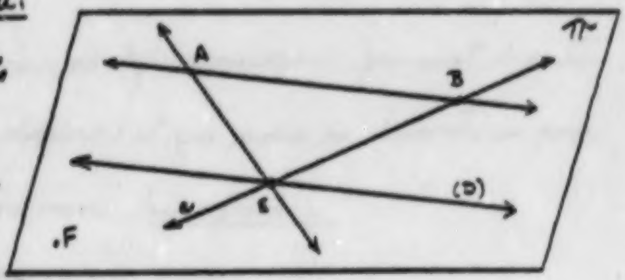
d.1) Exercices:

d.1.1) Comment nomme-t-on un point?
d.1.2) Donne quatre manières de nommer une droite.
d.1.3) Qu'est-ce que les termes primitifs.
d.1.4) Par quelle image représente-t-on un plan géométrique?
d.1.5) Donne deux manières de nommer un plan.
d.1.6) Trace l'image d'un point appelé C.
d.1.7) Trace l'image d'un point appelé A.
d.1.7.1) Essaie de tracer proprement 5 droites passant par ce point.
d.1.7.2) Serait-il possible d'en faire passer 25?
d.1.8) Quelle dimension possède la droite?
d.1.9) Soit la droite suivante:



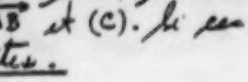
d.1.9.1) En utilisant les points, nomme la droite (D) de trois autres manières
d.1.9.2) Sans utiliser les points, nomme la droite AB de deux autres manières.

d.1.10) Soit la figure suivante.



d.1.10.1) Nomme deux points tracés dans le plan.
d.1.10.2) Nomme toutes les droites présentes dans le plan.
d.1.10.3) Combien de droites passent par le point E?
d.1.10.4) Quel point n'appartient pas aux droites tracées?
d.1.10.5) Nomme la droite BE d'une autre manière.
d.1.10.6) Nomme les droites passant par le point E.
d.1.10.7) Nomme ce plan de deux manières différentes.
d.1.11) Soient deux droites: $\overleftrightarrow{AB}$ et (C). Si ces droites se coupent au point D, trace ces deux droites.

d.1.12) Soient les dessins:



Lequel est l'image la plus fidèle d'un point géométrique?

d.1.13) *Soit le dessin suivant :*

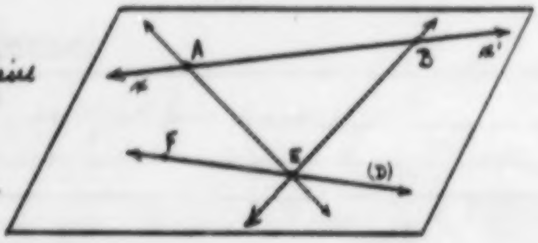
Que pourrons-nous faire pour améliorer cette représentation d'une droite ? (2 flèches).

d.1.14) Un plan a-t-il un bord droit ?

d.1.15) Un plan est-il rectangulaire ?

d.1.19) L'image du plan a-t-elle un bord droit ?

d.1.15) Réponds par vrai ou faux. (Utilise la figure ci-dessous).



d.1.15.1) La droite (D) est illimitée

d.1.15.2) Par le point E, on peut faire passer seulement deux droites.

d.1.15.3) Le point E appartient à (D).

d.1.15.4) $\overleftrightarrow{EF}$ est une autre manière de nommer (D).

d.1.15.5) $\overleftrightarrow{xx'}$ porte aussi le nom de $\overleftrightarrow{BE}$.

d.1.15.6) $\overleftrightarrow{AB}$ porte aussi le nom de $\overleftrightarrow{xx'}$

d.1.15.7) Les droites AB et EB se coupent au point B.

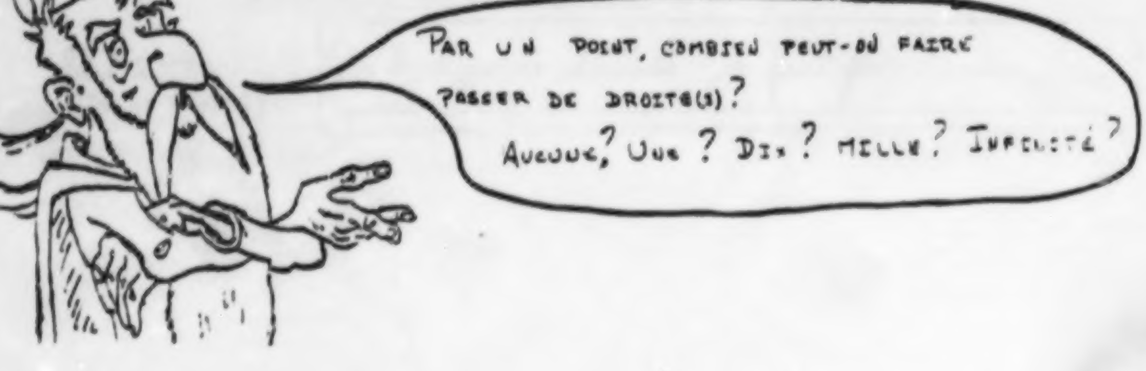
d.1.15.8) $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{AE}$ se rencontrent au point E.

e) PROPRIÉTÉS DES TERMES PRIMITIFS

Ces termes primitifs, que nous ne définissons pas, jouissent de certaines propriétés que nous pourrons observer et que nous ne démontrerons pas. Ce sont des énoncés primitifs ou encore des axiomes.

e.1) Notion d'énoncés primitifs (ou d'axiomes)

Ce sont des vérités fondamentales que l'on accepte sans démonstration.



e.1.1) <u>Énoncés primitifs de la droite (ou axiomes)</u>_

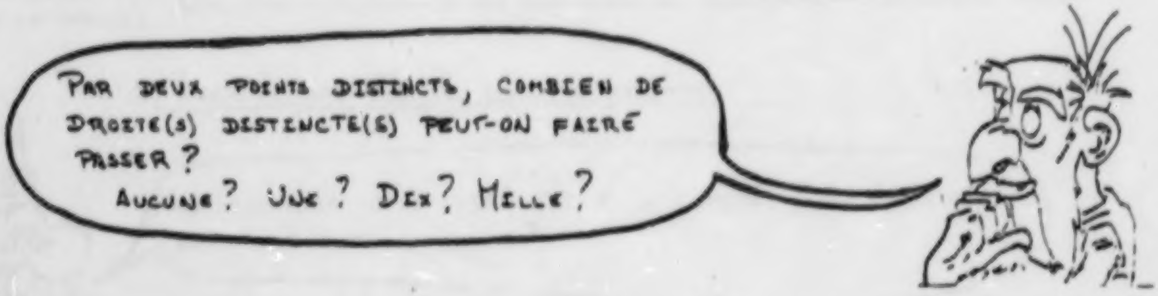
e.1.1.1) trace un point C dans ton cahier. Essaie de faire passer 5 droites distinctes par ce point. Est-il possible d'en faire passer 20? 50? 100?

e.1.1.2) Combien de droites peut-on faire passer par un seul point?

<u>Complète l'énoncé ci-dessous.</u>

<u>1er Axiome:</u>
(De la droite).

Par un point, on peut faire passer ______________ ______________



e.1.1.3) trace deux points, E et F, dans ton cahier.

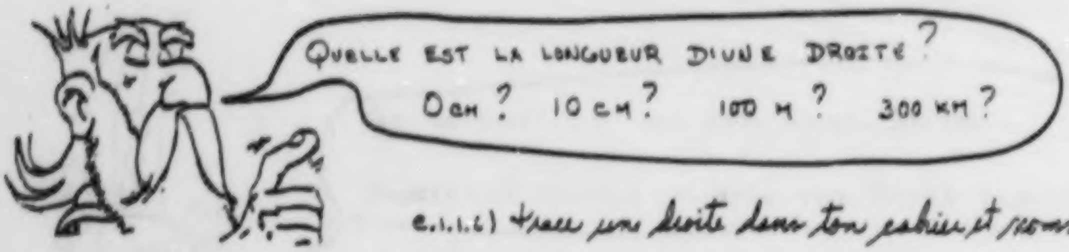
e.1.1.4) trace une droite passant par ces deux points E et F.

e.1.1.5) Pouvons-nous tracer une autre droite, différente de celle tracée en (e.3.1.1.4) et qui passe par les deux points E et F?

<u>Complète l'énoncé ci-dessous:</u>

<u>2e Axiome:</u>
(De la droite)

Par deux points distincts, on peut faire passer ______ ______________



c.1.1.6) Trace une droite dans ton cahier et nomme-la b.

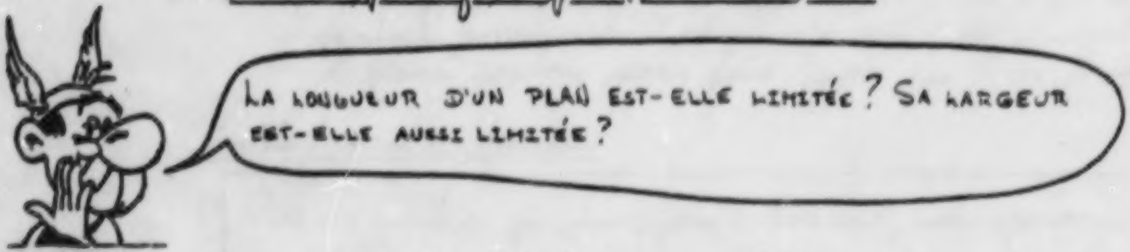
c.1.1.7) Quelle est la longueur de la droite que tu as tracée ? (10cm, 30cm, 40cm ?)

Complète l'énoncé ci-dessous:

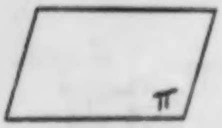
3e AXIOME (DE LA DROITE)

Une droite est ______________ dans les deux sens.

c.1.2) Énoncés primitifs du plan (ou axiomes) ___



c.1.2.1) Quelle est la longueur ou la largeur d'un plan (5cm, 10cm, 100m, 300m) ?

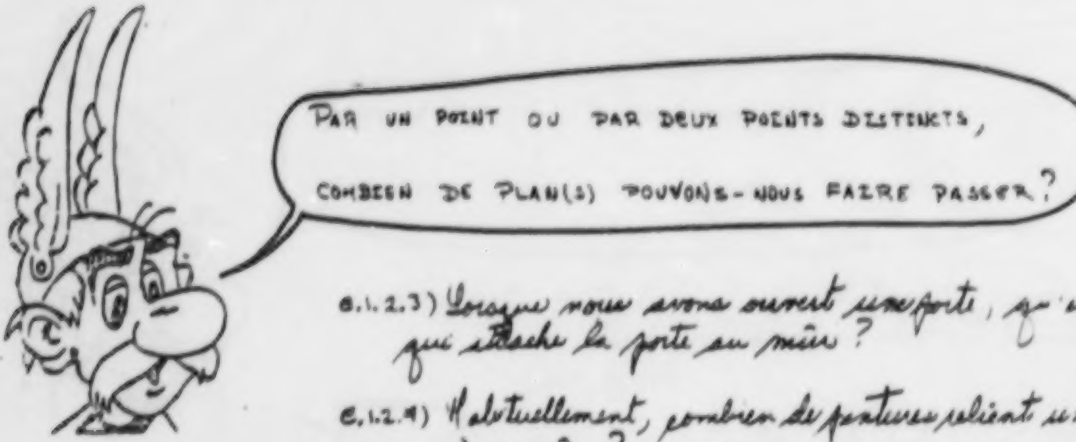


c.1.2.2) Si l'image du plan π ci-contre a une longueur de 3cm et une largeur de 2cm ; est-ce que le plan π a aussi ces dimensions ?

Complète l'énoncé ci-dessous.

1e AXIOME (DU PLAN)

Un ____ est illimité.



c.1.2.3) Lorsque nous avons ouvert une porte, qu'est-ce qui attache la porte au mur?

c.1.2.4) Habituellement, combien de pentures reliant une porte à un mur?

c.1.2.5) Lorsque seulement les deux pentures relient la porte au mur, combien de positions peut adopter la porte?

c.1.2.6) En supposant que la porte représente un plan et que les deux pentures correspondent chacune à un point, combien de plans pouvons-nous faire passer par deux points?

Complète l'énoncé ci-dessous:

2e AXIOME: (DU PLAN)

Par un point ou par deux points distincts, nous pouvons faire passer ______________ de plans.

Voici des illustrations de cet axiome:

IMAGE I

Le point A est le seul point appartenant aux trois plans: π_1, π_2, π_3

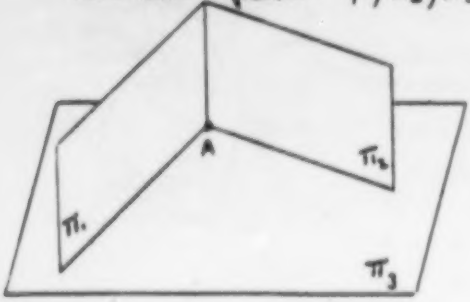


IMAGE II

Le point A appartient aux trois plans: π, π_1, π_2.

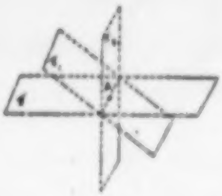
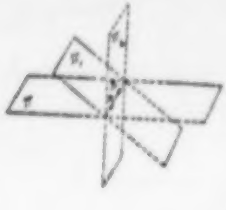
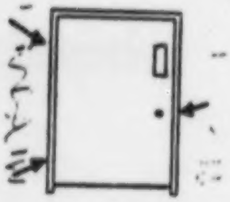


IMAGE III

Les points A et B appartiennent aux trois plans: π, π_1, π_2



e.1.2.7) Si la porte de la classe est fermée, combien de points la rattachent au mur? Identifie ces points.



e.1.2.8) Combien de porte(s) peut (peuvent) occuper la même position au même endroit?

e.1.2.9) Les deux pentures et le pène de la serrure sont-ils tous les trois en ligne droite?

e.1.2.10 En supposant que la porte est un plan, que les pentures sont les points et que le pène est un point; combien de plan(s) pouvons-nous faire passer par trois points non en ligne droite?

Complète l'énoncé ci-dessous:

3e AXIOME (DU PLAN)

Par trois points non alignés (non colinéaires ou non en ligne droite), nous pouvons faire passer ______________________

e.1.2.11) À la rencontre du plancher et du mur en avant de la classe, quelle figure géométrique découvrons-nous?

e.1.2.12) À la rencontre du plafond et du mur en arrière de la classe, quelle figure géométrique découvrons-nous?

e.1.2.13) En supposant que le plancher, le plafond et les murs sont des plans, quelle ligne géométrique rencontrons-nous à l'intersection de deux plans?

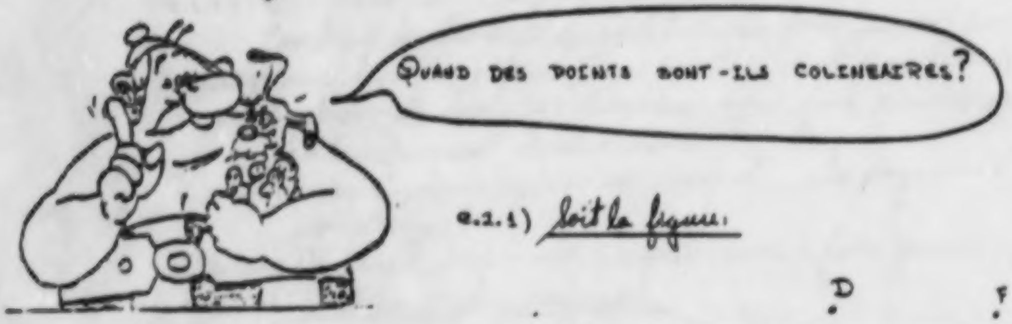
Complète l'énoncé ci-dessous

4e AXIOME : (DU PLAN)

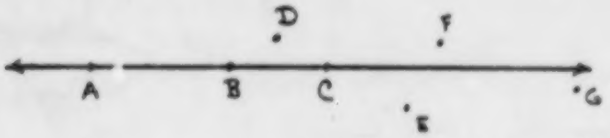
> Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent ______________ ______________.

Voici un exemple :

e.2) Remarques sur les points.



e.2.1) Soit la figure.



e.2.1.1) Sur cette figure, combien avons-nous identifié de points?

e.2.1.2) Qu'ont de particulier les points A, B, C par rapport à la droite?

e.2.1.3) Que remarquons-nous pour les points D, E, F et G par rapport à la droite?

Donc : Les points colinéaires

> Ce sont des points qui sont tous sur une même droite.
> Ex. : Les points A, B et C sont colinéaires.

Donc : Les points coplanaires

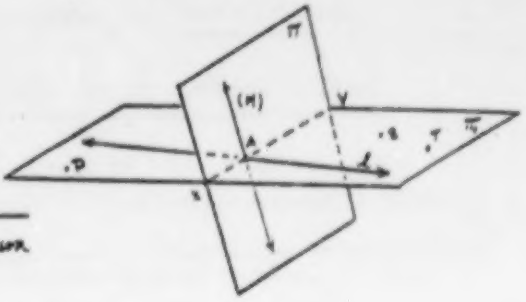
Ce sont les points qui sont tous dans un même plan.

Ex.: Les points B, D et C sont coplanaires

e.2.3) Exercices

e.2.3.1) Enoncer l'axiome qui porte sur la longueur de la droite.
e.2.3.2) Combien de plans pouvons-nous faire passer par deux points ?
e.2.3.3) Combien de plans pouvons-nous faire passer par trois points non-colinéaires ?
e.2.3.4) Combien de plans pouvons-nous faire passer par un seul point ?
e.2.3.5) Enoncer l'axiome portant sur la longueur du plan.
e.2.3.6) Combien de droite(s) pouvons-nous faire passer par un point ?
e.2.3.7) Combien de droite(s) pouvons-nous faire passer par deux points ?
e.2.3.8) Trace dans ton cahier trois points A, B et C qui sont colinéaires. Combien de droite(s) pouvons-nous faire passer par ces trois points ?
e.2.3.9) Trace dans ton cahier trois points D, E et F qui ne sont pas colinéaires. Combien de droite(s) pouvons-nous faire passer par ces points (en les prenant deux à deux) ?
e.2.3.10) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent quelle figure géométrique ?
e.2.3.11) Combien de plans pouvons-nous faire passer par une droite ?
e.2.3.12) Soit la figure suivante :

Complète les affirmations suivantes :



e.2.3.12.1) l est une droite du plan ___
e.2.3.12.2) P est un point du plan ___
e.2.3.12.3) P n'est pas un point du plan ___
e.2.3.12.4) Les plans π et π_1 ont en commun la ___________
e.2.3.12.5) La droite (H) et la droite l se rencontrent ___________
e.2.3.12.6) Les points P, A et S sont ___________ mais non ___________
e.2.3.12.7) Les points P, A et T sont ___________ et ___________.
e.2.3.12.8) Tous les points communs aux plans π et π_1 composent ___________
e.2.3.12.9) Les points A, S et T sont ___________.
e.2.3.12.10) Combien de plan(s) pouvons-nous faire passer par les points P, S et T Pourquoi ?

e.2.3.12.11) Combien de plan(s) pouvons-nous faire passer par les points P, A et T? Pourquoi?

e.2.3.12.12) Combien de plan(s) pouvons-nous faire passer par les points A, S et T? Pourquoi?

e.2.4) <u>Trace les figures décrites et porte les renseignements donnés.</u>

e.2.4.1) Une droite l sur un plan π.

e.2.4.2) Une droite (D) sur un plan <u>horizontal</u> π_1

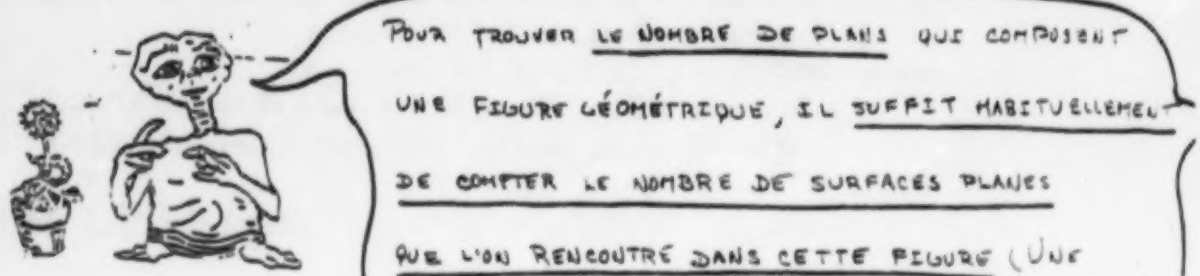
e.2.4.3) Une droite AB sur un plan <u>vertical</u> π_2

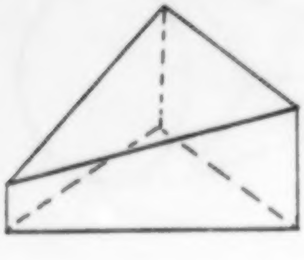
e.2.4.4) Trois points colinéaires A, B et C et la droite passant par ces points.

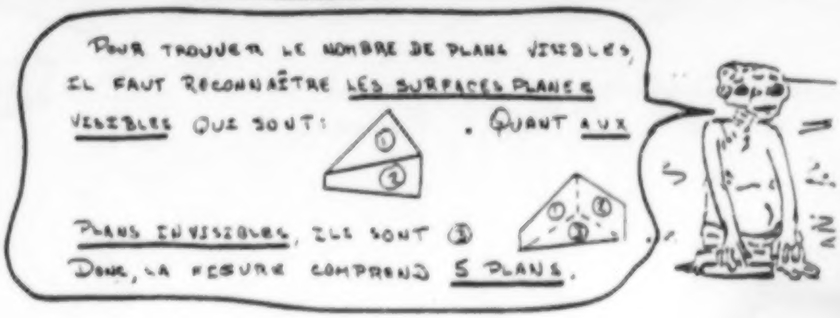
e.2.4.5) Trois points coplanaires R, S et T et le plan passant par ces points.

(R.3)→ e.2.4.6) <u>Deux plans</u> π_1 et π_2 qui se coupent en engendrant la droite $\overleftrightarrow{XY}$. Sur le plan π_1 on a choisi le point A. Sur le plan π_2, on a choisi le point B. Trace $\overleftrightarrow{AB}$.

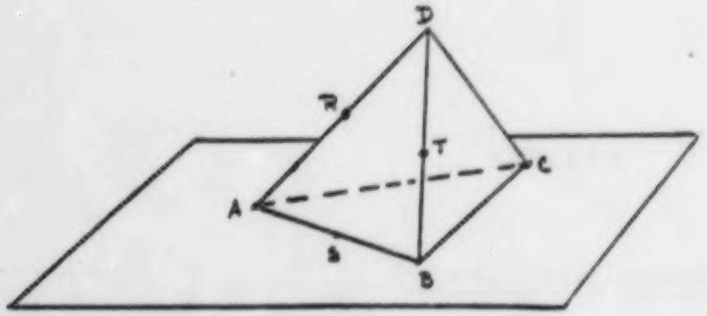
(R.3)→ e.2.4.7) Deux plans π et π_1 se coupent en engendrant $\overleftrightarrow{AB}$. Le plan π est horizontal et le plan π_1 est vertical. Un plan π_2 coupent ces deux plans (π et π_1) selon la droite AB. Une droite coupent ces trois plans. Le plan π est coupé au point C, le plan π_1 est coupé au point D tandis que le plan π_2 est coupé au point E.







e.2.5) Soit la figure ci-contre:



e.2.5.1) Combien de plans sont visibles sur cette figure?

e.2.5.2) Combien de plans sont invisibles sur cette figure?

e.2.5.3) Qualifie les points suivants:

e.2.5.3.1) A, S et B (2 qualificatifs)
e.2.5.3.2) B et C (2 qualificatifs)
e.2.5.3.3) A, R et D (2 qualificatifs)
e.2.5.3.4) D, T et B (2 qualificatifs)
e.2.5.3.5) S, B et C (1 qualificatif).
e.2.5.3.6) D, R et T (1 qualificatif)
e.2.5.3.7) A, S et C (1 qualificatif).
e.2.5.3.8) D, R et S (1 qualificatif).

e.2.5.4) Nomme le plan horizontal de trois manières différentes.
e.2.5.5) Identifie le plan invisible sur cette figure.
e.2.5.6) Complète: e.2.5.6.1) A, S, B et ___ sont coplanaires.
e.2.5.6.2) D, B et ___ sont colinéaires.
e.2.5.6.3) A, S, B, R, D et ___ sont coplanaires.
e.2.5.7) Nomme le plan AST de quatre autres manières.
e.2.5.8) Nomme le plan TBC d'une autre manière.

(R3) e.2.6) Soit la figure:

e.2.6.1) Combien de surfaces planes sont visibles sur cette figure?
e.2.6.2) Combien de surfaces planes sont invisibles?
e.2.6.3) Combien de plans rencontrons-nous dans cette figure?

ANNEXE B

Fiche sans bande dessinée

Géométrie

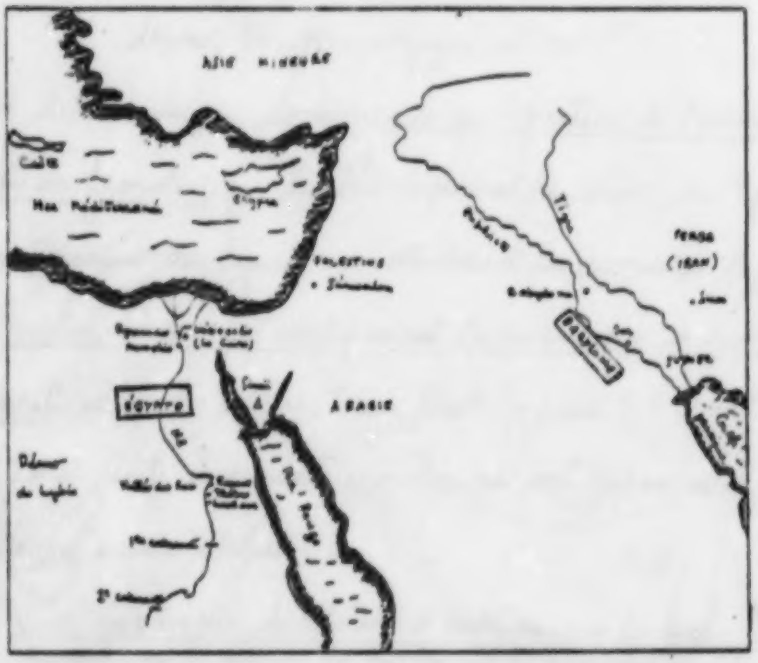
A) La géométrie

a) L'origine de la géométrie

C'est dans le but de résoudre des problèmes pratiques (construction de temples, de pyramides, ...) que l'homme développa cette branche des connaissances appelée "géométrie". Ce mot géométrie origine du Grec et signifie "mesure de la terre". Même si le nom de la science est d'origine grecque, il n'en reste pas moins que les Grecs ne sont pas les inventeurs de la géométrie. En effet, près de 5000 ans avant Jésus-Christ les Babyloniens (peuple vivant dans la vallée du Tigre et de l'Euphrate (voir la carte à la page suivante) maîtrisaient certaines techniques de mesure des figures planes. Disons qu'ils pouvaient approximer la circonférence d'un cercle (π valait pour eux 3), le volume d'un tronc de cône... Cependant, ils calculaient avec exactitude l'aire d'un triangle, celle d'un trapèze et connaissaient le théorème de Pythagore (la relation existant entre les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle et le côté opposé à l'angle droit et appelé hypoténuse).

Les Egyptiens, peuple habitant l'Egypte, portèrent ensuite la géométrie à un plus haut sommet de développement. Non seulement pouvaient-ils évaluer l'aire de figures planes et de certains volumes; mais ils pouvaient également calculer le rapport de la base horizontale de la pyramide à sa

CARTE DE L'ASIE MINEURE[1]



hauteur (un élément de la trigonométrie). Cependant, si les Egyptiens avaient découvert un bon nombre de procédés qui leur permettaient de calculer des aires ou des volumes, ils ne s'intéressaient pas aux principes et aux théories qui pouvaient expliquer l'existence de ces procédés.

Voici un exemple de solution de problèmes par les Egyptiens. Remarquez qu'ils ne donnent aucune raison justifiant leur procédé.

"Si l'on vous dit: une pyramide tronquée de h=6 et de base 4 et 2; vous devez prendre le carré de 4 qui donne 16, puis doubler 4 pour donner 8, prendre le carré de 2 qui

---

1) Collette, Jean-Paul, Histoire des mathématiques, Editions du Renouveau Pédagogique Inc. 1973, p. 14

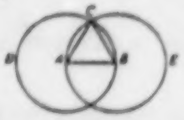
donne 4, ajouter 16 et 8 et 4 pour donner 28; prendre $\frac{1}{3}$ de 6 qui donne 2, prendre 28 deux fois pour donner 56; vous voyez c'est 56". [2]

C'est dans ce dernier domaine, <u>la justification de l'existence des procédés ou formules</u>, que les Grecs prirent la relève des Égyptiens. Les Grecs traçaient des figures, en étudiaient les propriétés et <u>s'efforçaient de trouver les raisons qui expliquaient la présence d'un procédé ou d'une formule</u>. C'est dans cet esprit que Euclide vers 300 avant Jésus-Christ, écrivit le 1er traité de géométrie qui nous soit parvenu. Même de nos jours ce traité est encore utilisé.

<u>Voici un exemple de solution de problèmes par les Grecs.</u>[3]
<u>Remarquez la présence de preuves et le raisonnement logique.</u>

Proposition 1 : <u>Sur une droite donnée et finie, construire un triangle équilatéral.</u>

Soit AB la droite donnée et finie. On cherche à construire un triangle équilatéral sur AB. Avec le centre en A et la distance AB on décrit le cercle BCD (Postulat 3)



Avec le centre en B et la distance BA on décrit le cercle ACE, (Postulat 3) et du point C, point d'intersection des cercles, aux points A, B, on trace les lignes droites CA, CB (Postulat 1)

Maintenant, puisque le point A est le centre du cercle CDB

AC est égal à AB (Définition 15)

Encore, puisque le point B est le centre du cercle CAE,

BC est égal à BA (Définition 15)

Mais on a déjà prouvé que CA est égal à AB, de plus chacune des droites CA, CB est égale à AB.

Et les choses qui sont égales à la même chose sont égales entre elles. (Notion commune 1)

Ainsi CA est aussi égal à CB.

De plus, les trois droites CA, AB, BC sont égales entre elles. Alors le triangle ABC est équilatéral, et il a été construit sur la droite donnée et finie AB.

Ce qu'il fallait faire.

---

2) Collette, Jean-Paul; <u>Histoire des mathématiques</u>, Éditions du Renouveau Pédagogique Inc., 1973, p. 41

3) Ibidem, p. 70

b) La géométrie que nous allons étudier

Le genre de géométrie que les Babyloniens et les Egyptiens élaborèrent s'appelle "géométrie pratique ou géométrie intuitive". Cette espèce de géométrie se développe à l'aide de mesure, de construction de figures.

Les Grecs, pour leur part, firent de cette géométrie intuitive une "géométrie théorique ou géométrie déductive". A l'aide de quelques énoncés simples, admis au départ, ils purent déduire par le raisonnement de nombreux autres énoncés et justifier logiquement les résultats obtenus dans la géométrie intuitive.

Notre approche de la géométrie sera plus intuitive que déductive. Dans bien des cas, nous allons refaire une démarche semblable à celle des Egyptiens et des Babyloniens. Nous observerons d'abord des faits géométriques à l'aide de constructions de figures. Ensuite, nous formulerons des énoncés généraux. Nous en dégagerons également de nombreuses conséquences. Par la suite, nous démontrerons les propriétés découvertes et nous nous rapprocherons, à ce moment-là, de la géométrie des Grecs ou de la géométrie déductive.

c) Avantages de l'étude de la géométrie.

Pourquoi étudier la géométrie? Pour répondre à cette question, nous allons citer le volume "Géométrie plane" publié par les Frères de

l'Instruction chrétienne[4] Nous y trouvons :

« On s'est rendu compte que la géométrie forme à la précision, crée ou améliore des méthodes de raisonnement, fortifie le jugement en habituant à distinguer le principal de l'accessoire, développe la capacité d'abstraction, l'esprit d'analyse et de recherche, le sens critique et l'esprit scientifique. De plus, la géométrie, et en général les mathématiques, préparent à une plus juste compréhension de notre civilisation moderne caractérisée par le progrès scientifique. »

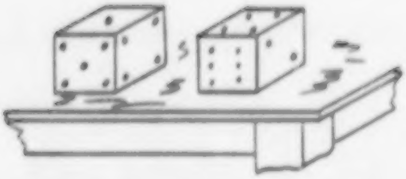
B) Étude de la géométrie

a) L'objet d'étude de la géométrie.

Beaucoup de gens, à cause de leur profession, regardent le monde d'une manière particulière. Le peintre, le décorateur, l'ingénieur sont des gens qui attachent énormément d'importance aux caractéristiques physiques des objets. Ils sont d'abord frappés par la couleur, l'aspect, le poids, la solidité et la résistance des objets.

Le géomètre n'échappe pas à cette remarque. Il visionne le monde à l'aide du miroir que lui impose la géométrie. Pour le géomètre, la couleur, le poids, la solidité et la résistance des objets sont des caractéristiques peu importantes. Ce qui compte, c'est la forme des objets, leur nature, la surface qui les porte. De plus, il explique leur constitution d'une manière peu commune. Donnons un exemple qui va illustrer notre raisonnement. Disposons deux dés sur une table.

4) Les Frères de l'Instruction chrétienne, Géométrie plane, La Prairie, P.Q., 1961 p. 9



Ainsi, à la vue de ces dés, un jeune joueur de Monopoly verra l'occasion d'avancer d'un nombre de cases bien défini. Un détective, par contre, qui découvrirait ces dés sur le lieu d'une enquête essaierait d'y relever des empreintes digitales. Le géomètre, lui, a des réactions qui révèlent des intérêts différents. Il s'intéresse plutôt à la forme des dés. Pour lui les dés sont des solides (ou des corps dans l'espace) posés sur une surface plane. De plus, il s'imagine les dés constitués de points, de droites, limités par des plans et occupant un espace bien déterminé. Par contre, que sont les points, les droites, les plans, l'espace?

Pour répondre à cette question, nous allons nous pencher sur la structure de la géométrie.

b) Une structure de la géométrie

Nous avons déjà dit que la géométrie que nous allons étudier est la géométrie est la géométrie des Grecs ou une géométrie déductive. Cependant, nous avons également affirmé que cette géométrie déductive sera abordée d'une manière semblable à celle des Babyloniens et des

Egyptiens: <u>d'une manière expérimentale ou intuitive.</u> Cette approche intuitive va donc nous permettre d'étudier une structure déductive. Un système déductif comprend les éléments suivants:

1°) des termes primitifs (non définis)

2°) des définitions (termes définis)

3°) des énoncés primitifs (acceptés comme vrais)

4°) des théorèmes (qui doivent être démontrés).

<u>Dans les prochaines pages, nous allons essayer de vous préciser le sens de ces mots et de montrer leur utilité. Nous allons prendre l'exemple de l'évolution du calcul de π et montrer en quoi cette structure déductive de la mathématique peut avoir influencé le degré de précision de notre connaissance de π.</u>

c) <u>Exercices:</u>

c.1) De quelle langue origine le mot géométrie?

c.2) Que signifie le mot géométrie?

c.3) Quel peuple fut probablement le premier à faire de la géométrie?

c.4) Dans quels domaines ce peuple avait-il obtenu des résultats remarquables?

c.5) Que pouvaient calculer les Egyptiens?

c.6) Trouve une faiblesse dans l'approche égyptienne de la géométrie.

c.7) Dans quels domaines les Grecs excellent-ils en géométrie?

c.8) Quel est le nom du géomètre grec qui écrivit le premier traité de géométrie qui nous soit parvenu ?

c.9) Quel genre de géométrie les Babyloniens et les Egyptiens élaborèrent-ils ?

c.10) Quel genre de géométrie les Grecs élaborèrent-ils ?

c.11) Allons-nous étudier une géométrie uniquement intuitive ?

c.12) Quels sont les éléments d'un système déductif.

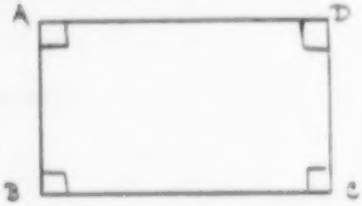
<u>c) Etude de la structure géométrique.</u>

(suite, autre feuille).

a) BABYLONE ET LE CALCUL DE "C/D" (CIRCONFÉRENCE DIVISÉE PAR LE DIAMÈTRE)

a.1) Des notions de base.

→ Soit la figure :



a.1.1) Détermine, à l'aide d'une règle, la mesure des côtés de cette figure.
(Indique ta réponse de cette manière : mesure de AB ou m. AB = _)

a.1.2) Que remarques-tu pour la mesure des côtés opposés (qui se font face) ?

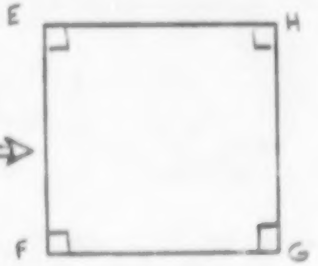
a.1.3) De quelle autre propriété jouissent les côtés opposés ?

a.1.4) Quelle est la mesure des quatre angles intérieurs ?

On appelle cette figure un rectangle. - Donc on peut dire :

Un rectangle est une figure à quatre côtés et à quatre angles. Les côtés opposés sont congrus et parallèles. Les quatre angles sont droits.

⇒ Soit la figure :



a.1.5) Détermine, à l'aide d'une règle, la mesure des côtés de cette figure.

a.1.6) Que remarques-tu pour la mesure des côtés ?

a.1.7) De quelle autre propriété jouissent les côtés opposés ?

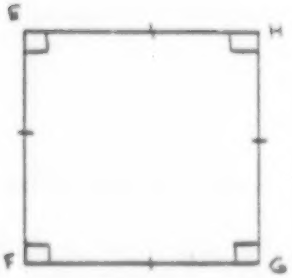
a.1.8) Quelle est la mesure des quatre angles intérieurs ?

On appelle cette figure un carré. - Donc on peut dire :

Un carré est une figure à quatre côtés et quatre angles. Les quatre côtés sont congrus, parallèles deux à deux. Les quatre angles sont droits.

Comparons nos résultats

Reprenons le carré EFGH →



a.1.9) Est-ce que les côtés opposés (qui se font face) ont la même mesure ?

a.1.10) Est-ce que les côtés opposés (qui se font face) sont aussi parallèles ?

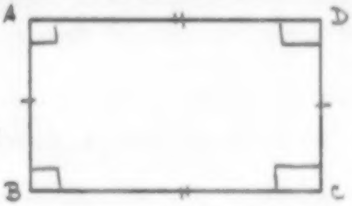
a.1.11) Est-ce que les quatre angles intérieurs sont droits ?

a.1.12) Comment appelle-t-on une figure composée de quatre côtés et quatre angles dont les côtés opposés sont congrus et parallèles et dont les angles intérieurs sont droits ?

On peut donc dire :

Le carré EFGH est aussi un rectangle
(car la définition du carré respecte la définition du rectangle)

Reprenons le rectangle ABCD →



a.1.13) Est-ce que les côtés opposés sont parallèles ?

a.1.14) Est-ce que les quatre angles intérieurs sont droits ?

a.1.15) Est-ce que les quatre côtés sont congrus ?

a.1.16) Pourquoi un rectangle n'est-il pas un carré ?

On peut donc dire :

Que le rectangle ABCD n'est pas un carré
(car la définition du rectangle ne respecte pas la définition du carré

Donc :

UN CARRÉ EST UN RECTANGLE, MAIS UN RECTANGLE N'EST PAS UN CARRÉ.

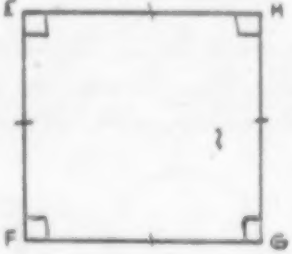
La mesure du contour ou périmètre

Reprenons le rectangle ABCD →

a.1.17) À l'aide des mesures des côtés trouvées au numéro a.1.1 (p. 8.1), quelle sera la mesure du contour de cette figure?

a.1.18) Pourquoi pouvons-nous dire que la mesure du contour de cette figure est en relation avec la mesure des côtés ?

Reprenons le carré EFGH →



a.1.19) À l'aide des mesures des côtés trouvées au numéro a.1.5 (p. 8.1) quelle sera la mesure du contour de cette figure ?

a.1.20) Pourquoi pouvons-nous dire que la mesure du contour de cette figure est en relation avec la mesure des côtés ?

Donc:

LE PÉRIMÈTRE, D'UN CARRÉ OU D'UN RECTANGLE, EST LA MESURE DU CONTOUR DE CES FIGURES

Nous remarquons:

Le périmètre d'un carré s'obtient en multipliant la longueur d'un côté par 4
(Car les quatre côtés sont congrus)

Le périmètre d'un rectangle s'obtient en multipliant par 2 la somme des mesures d'un grand côté et d'un petit côté.
(Les côtés opposés sont congrus)

a.1.21) <u>Quelques exercices:</u>

a.1.21.1) Si un des côtés d'un carré mesure 25 cm, quel serait le périmètre de ce carré ?

a.1.21.2) Si le grand côté d'un rectangle mesure 8 m et le petit mesure 5 m, quel serait le périmètre du rectangle ?

a.1.21.3) Si le périmètre d'un carré est de 36 m, quelle est la mesure d'un des côtés ?

a.1.21.4) Si le périmètre d'un rectangle est de 36 m et si le petit côté mesure 7 m, quelle sera la mesure du grand côté ?

(R. 3) → a.1.21.5) Si le périmètre d'un rectangle est de 38 cm et si le petit côté est la moitié du grand côté, trouve la mesure de chacun des côtés de ce rectangle.

<u>Soient les figures:</u> →

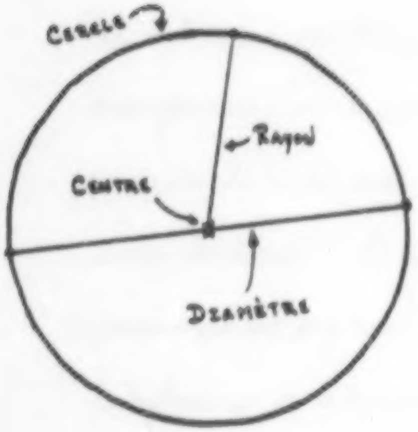
FIG I

FIG II

Nous savons que le périmètre de la figure I (ou le rectangle) dépend de la longueur des côtés (ou de segments de droite). Or, la mesure des côtés s'obtient facilement avec une règle.

Par contre, le périmètre de la figure II ne peut pas s'obtenir à l'aide de la règle. Dans les prochaines pages, nous nous intéresserons à l'obtention de la mesure du périmètre des objets ronds. Avant de s'attaquer à cette mesure, précisons certaines notions :

Ainsi, nous appelons <u>cercle</u>, <u>la ligne courbe fermée dont tous les points sont à égale distance d'un point fixe nommé centre.</u>



Le <u>diamètre</u> est un segment de droite qui relie deux points du cercle et passe par le centre.

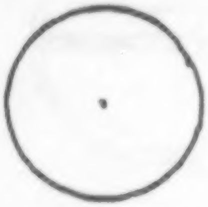
Le <u>rayon</u> est un segment de droite reliant le centre du cercle à un point du cercle.

(Il est à remarquer qu'un diamètre vaut <u>deux</u> rayons ou que le rayon vaut la moitié d'un diamètre).

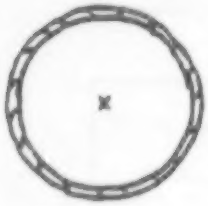
La <u>circonférence</u>, c'est la mesure du cercle ou la longueur de la ligne courbe suivant le contour. En somme, la circonférence c'est le périmètre du cercle.

a.2) <u>LES BABYLONIENS ET LA CIRCONFÉRENCE</u>

Les Babyloniens (ou les habitants de la Babylonie – voir carte p 2) s'intéressèrent assez tôt au calcul de la circonférence. Voici un des procédés qu'ils appliquèrent pour trouver et mesurer <u>la circonférence.</u>

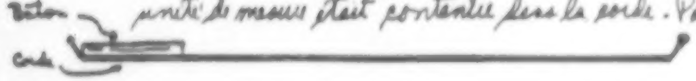


Ils tracèrent, d'abord, un cercle dans le sable. Ensuite, ils élargirent le tracé du cercle pour obtenir une raie sur le sol.

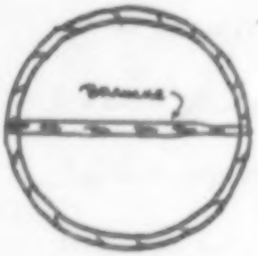


En troisième lieu, ils introduisirent une corde dans la raie. La longueur de cette corde correspondait à la circonférence.

Pour obtenir la longueur de la corde déposée dans la raie sur le sol, les Babyloniens tendirent cette corde entre deux poteaux. Ensuite, ils cherchèrent combien de fois une unité de mesure était contenue dans la corde. Par exemple, le bâton ci-dessous est contenu six fois



Par contre, un problème subsistait toujours. On pouvait mesurer la circonférence, mais avec aucun élément du cercle. En effet, si le périmètre du carré dépendait de ses côtés, le périmètre du rectangle dépendait aussi de ses côtés; la circonférence semblait être indépendante de la mesure d'un segment de droite. Après de nombreuses observations, les Babyloniens remarquèrent que le diamètre du cercle était approximativement contenu trois fois dans la corde correspondant à la circonférence (ou à la longueur du cercle). Comment les Babyloniens avaient-ils remarqué cela ? Ils avaient mesuré la circonférence à l'aide de la corde, comme nous l'avons expliqué auparavant. Ensuite, ils avaient pris une branche de la même longueur que le diamètre. En tendant la



la corde, ils avaient remarqué que la branche (ou le diamètre) était contenu trois fois dans la circonférence. Toutes leurs expériences, avec des cercles différents, les conduisaient au même résultat. Donc, les Babyloniens conclurent que

$$\frac{\text{CIRCONFÉRENCE}}{\text{DIAMÈTRE}} \text{ ou } \frac{C}{D} \simeq 3$$

En d'autres mots, pour trouver la mesure du contour d'un cercle ou son périmètre, les Babyloniens multipliaient le diamètre de ce cercle par 3.

Quel était leur niveau de maîtrise de la mathématique, cette science qui leur avait permis de calculer cette valeur de " $\frac{C}{D}$ " ? En arithmétique, les Babyloniens avaient établi des tables pour effectuer des additions, des multiplications, des divisions et des soustractions. En algèbre, ils arrivaient à solutionner des équations du 1^{er} degré et du 2^e degré. Par exemple, ils proposaient à l'équation " $x^2 - x = 870$ " la solution suivante

> « Prends la moitié de 1 qui est $\frac{1}{2}$. Multiplie $\frac{1}{2}$ par lui-même, ce qui donne $\frac{1}{4}$. On ajoute ce résultat à 870 et on obtient 870,25. Mais 870,25 est le carré de 29,50. Enfin, on ajoute $\frac{1}{2}$ à 29,50 et le résultat est 30. »[5]

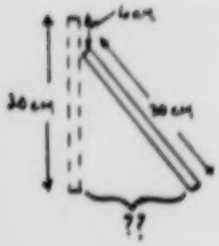
Si on demandait à l'utilisateur de cette solution pourquoi prendre la moitié de 1 ? Pourquoi ajouter $\frac{1}{4}$ à 870 ? Il ne faudrait pas se surprendre qu'il nous réponde qu'il ne le sait pas (mais que l'auteur du procédé le savait probablement), qu'il fait ces calculs machinalement parce que l'auteur n'a pas cru bon de justifier les étapes de son procédé. En géométrie, enfin, les Babyloniens calculaient le périmètre des figures planes, comme le carré, le triangle, le rectangle... Ils traitaient aussi des problèmes du type suivant :

> « Une branche de 30 cm est appuyé le long d'un arbre. Si je descends le bâton de manière que le sommet baisse de 6 cm, de quelle distance la base se sera-t-elle éloignée de l'arbre ? »[6]

---

5) Collette, Jean-Paul ; Histoire des mathématiques, Éditions du Renouveau Pédagogique Inc. 1973, p 20

6) Ibidem, p 21



Voici la solution que les Babyloniens proposaient.

"Élève au carré 30. Tu trouveras 900. Soustrais 6 de 30. Tu obtiens 24. Élève 24 au carré. Tu trouveras 576. Enlève 576 de 900. Tu calculeras 324. 324 est quel nombre au carré ? C'est 18 au carré. 18 cm, c'est la distance dont le bâton s'est éloigné de l'arbre."

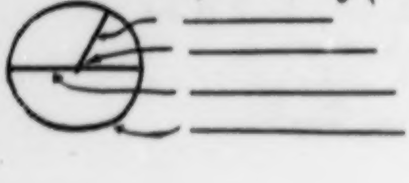
Par contre, si on demandait à l'utilisateur du procédé pourquoi élever 30 au carré ? Pourquoi soustraire le carré de 24 de 900 ? Ce dernier pourrait nous répondre que possiblement l'auteur du procédé se réfère à une propriété du triangle rectangle mais comme il ne l'indique pas, c'est là une simple supposition.

En somme, on peut dire que les Babyloniens traitaient un problème, le solutionnaient sans trop savoir les raisons qui justifiaient ces calculs.

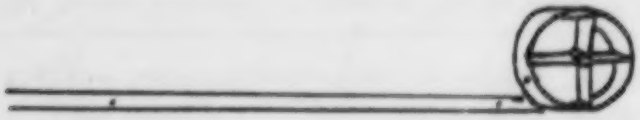
Devant cette imprécision du rapport "C/D" et devant cette façon de travailler la mathématique, il ne faut pas se surprendre si d'autres peuples (comme les Égyptiens et les Grecs) tentèrent d'autres approches du problème de la circonférence.

a.3) QUELQUES EXERCICES

a.3.1) Qu'appelle-t-on le périmètre d'une figure ?
a.3.2) Quel nom donne-t-on au périmètre du cercle ?
a.3.3) Qu'appelle-t-on le diamètre ?
a.3.4) Reproduis la figure ci-dessous et porte les mots qui suivent au bon endroit : DIAMÈTRE, CERCLE, RAYON, CENTRE.



a.3.5) Supposons qu'une roue a un boulon qui dépasse. Ce boulon laisse donc une trace sur le sol. Si la roue tourne, on obtient:



Si on mesure la distance entre les deux points laissés sur le sol, quel nom donne-t-on à cette mesure par rapport au cercle?

a.3.6) Que représente le rapport "$\frac{c}{D}$".

a.3.7) Quelle valeur les Babyloniens donnaient-ils à ce rapport?

a.3.8) Si les Babyloniens calculaient la circonférence d'un cercle dont le diamètre mesure 9 mètres, quelle réponse obtiendraient-ils (Donne les calculs).

a.3.9) Qu'est-ce qui nous amène à dire que les Babyloniens n'exploitaient pas tellement le raisonnement logique dans la solution de leurs problèmes.

a.3.10) Lorsque les Babyloniens solutionnaient des problèmes, se souciaient-ils de donner les raisons justifiant leur travail ou se limitaient-ils souvent à donner la démarche à suivre pour solutionner un problème?

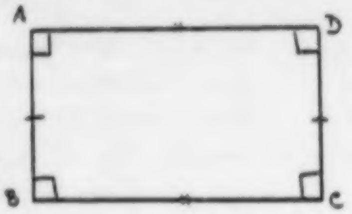
a.3.10.1) Choisis la réponse qui te semble valable.

a.3.10.2) Illustre ta réponse à l'aide d'un exemple pris dans le texte.

b) L'EGYPTE ET LE CALCUL DE "C/D" (CIRCONFÉRENCE DIVISÉE PAR LE DIAMÈTRE)

b.1) Des notions de base.

Soit la figure suivante. ⟹



b.1.1) Quel nom donne-t-on à cette figure?

b.1.2) Quel nom donne-t-on à la mesure obtenue en additionnant la mesure du segment AB à celles des segments BC, CD et DA?

b.1.3) Reproduis le rectangle ABCD et hachure la région intérieure délimitée par le contour

On convient que :

> Cette région intérieure, délimitée par les côtés, <u>s'appelle la surface.</u>

b.1.4) Pour mesurer la surface, on cherche combien de fois un carré-unité (par exemple : □) est contenu dans la région intérieure.

(Si on accepte ce carré-unité comme unité de mesure, divise la surface du rectangle ABCD en petits carrés de même étendue que le carré-unité et trouve la surface du rectangle ABCD donné à la page 8.9)

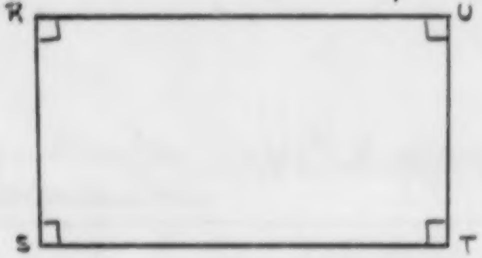
On convient que :

> La mesure de la surface <u>s'appelle l'aire.</u>

b.1.5) L'aire du rectangle ABCD sera : (choisis la bonne réponse)

b.1.5.1) 25 carrés-unités
b.1.5.2) 15 carrés-unités
b.1.5.3) 8 carrés-unités
b.1.5.4) Aucune de ces réponses.

b.1.6) <u>Soit le rectangle suivant :</u>



b.1.6.1) Divise la surface de ce rectangle de manière à trouver combien de fois ce carré-unité □ y est contenu.

b.1.6.2) L'aire du rectangle RSTU est : (choisis la bonne réponse)

b.1.6.2.1) 16 carrés-unités
b.1.6.2.2) 49 carrés-unités
b.1.6.2.3) 11 carrés-unités
b.1.6.2.4) 28 carrés-unités.

b.1.6.3) A l'aide de ta règle, trouve la mesure du petit côté du rectangle (en cm).

b.1.6.4) A l'aide de ta règle, trouve la mesure du grand côté du rectangle (en cm).

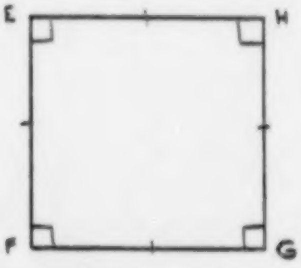
b.1.6.5) Peux-tu trouver l'aire de ce rectangle en connaissant seulement la mesure des côtés ? Comment fais-tu ?

Donc:

L'aire d'un rectangle s'obtient en multipliant la mesure du grand côté par celle du petit côté.

b.1.7) Soit un rectangle dont le grand côté mesure 12 cm et le petit 7 cm; trouve l'aire de ce rectangle.

b.1.8) Soit la figure suivante:



b.1.8.1) Quel nom donne-t-on à cette figure?

b.1.8.2) Quel nom donne-t-on à la mesure obtenue en additionnant la mesure des segments EF, FG, GH et HE?

b.1.8.3) Reproduis le carré EFGH et hachure la région intérieure délimitée par le contour.

On convient que:

Cette région intérieure, délimitée par le contour, s'appelle la surface et la mesure de la surface se nomme l'aire.

b.1.8.4) A l'aide de ce carré-unité , trouve l'aire du carré EFGH.

b.1.8.5) A l'aide de ta règle, trouve la mesure des côtés du carré.

b.1.8.6) Peux-tu trouver l'aire du carré en connaissant seulement la mesure des côtés? Comment ferais-tu?

Donc:

L'aire du carré s'obtient en élevant au carré la mesure d'un côté (ou en multipliant la mesure de deux côtés).

b.1.9) Soit un carré dont les côtés mesurent chacun 4,5 cm. Trouve l'aire de ce carré.

(R→3) → b.1.10) Si l'aire d'un rectangle est de 36 cm carrés et si le petit côté mesure 5 cm, quelle sera la longueur du grand côté ?

→ Soient les figures:

FIG. I

FIG. II

Nous savons que l'aire de la FIG. I (ou la mesure de la surface aussi appelée région intérieure) s'obtient en multipliant la mesure du grand côté par celle du petit côté. Par contre, comment fait-on pour obtenir l'aire du cercle apparaissant à la figure II ? Dans les prochaines pages, nous allons regarder la démarche des Égyptiens, démarche qui leur a permis de calculer le rapport "$\frac{C}{D}$".

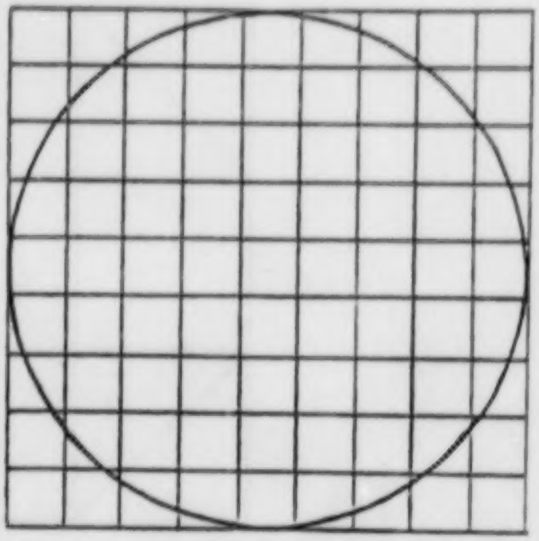
b.2) LES EGYPTIENS ET L'AIRE DU CERCLE

Les Égyptiens (ou les habitants de l'Égypte – voir la carte – p. 2) approchaient l'aire du cercle à partir de l'aire d'un carré. D'abord, ils traçaient un carré de 9 cm de côtés.

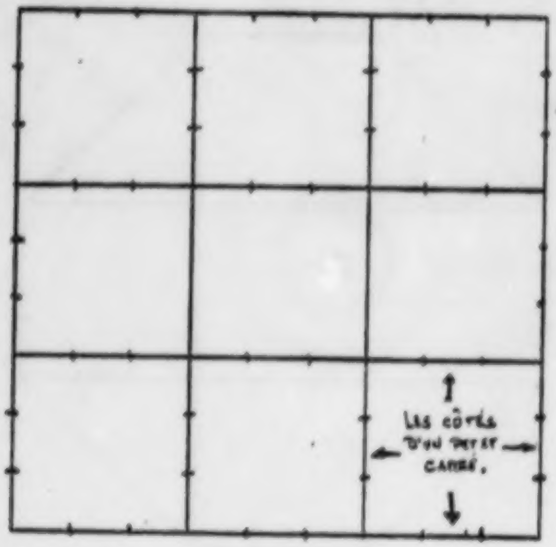
Ils établirent que l'aire de ce carré était de 81 cm carrés (ou 9 cm fois 9 cm).

Ensuite, ils inscrivirent un cercle dans ce carré de 9 cm de côté.

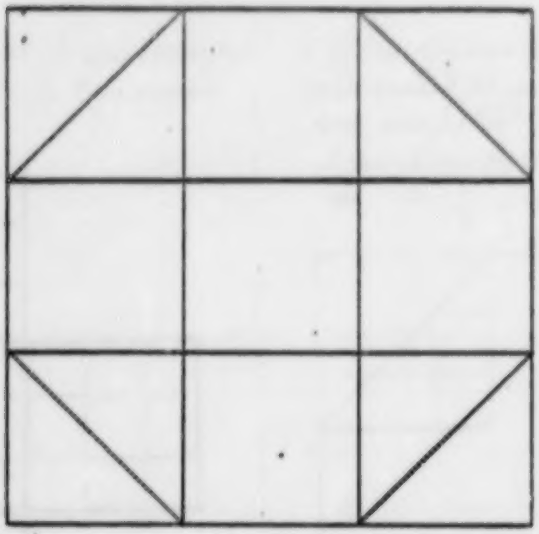
Voici la figure qu'ils ont obtenue:



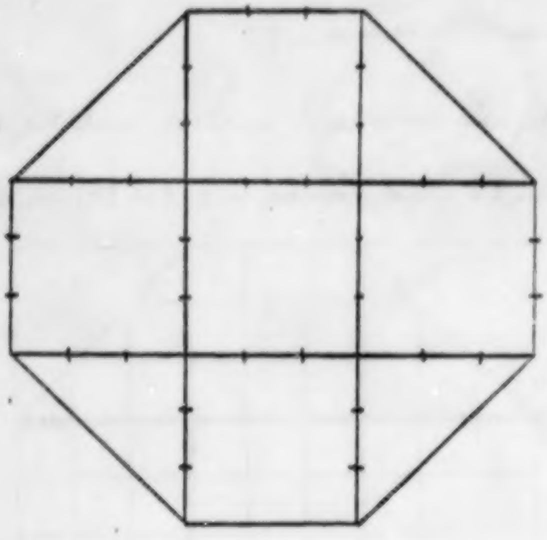
Pour évaluer l'aire du cercle, ils subdivisèrent le grand carré de 9cm de côté en petits carrés de 3cm de côtés. Ils ont obtenu alors la figure ci-contre.



Dans chacun des quatre carrés situés aux quatre coins, ils tracèrent un segment de droite reliant deux sommets non-consécutifs.

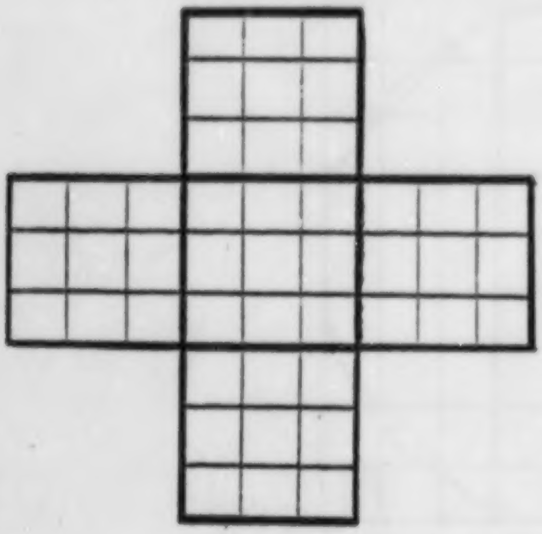


En enlevant les demi-carrés placés à chacun des sommets du grand carré de 9cm de côté, ils ont obtenu la figure à 8 côtés nommée octogone.

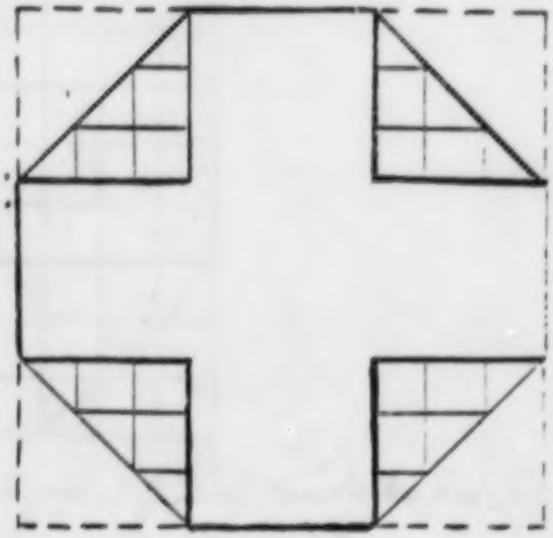


Pour calculer l'aire de l'octogone, ils le divisèrent <u>en deux parties</u>: la région centrale et les 4 extrémités.

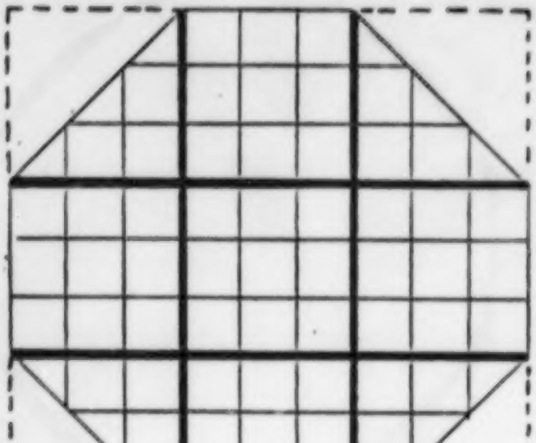
La région centrale dont l'aire mesure 45 cm carrés (5 carrés de 9 cm carrés d'aire)...



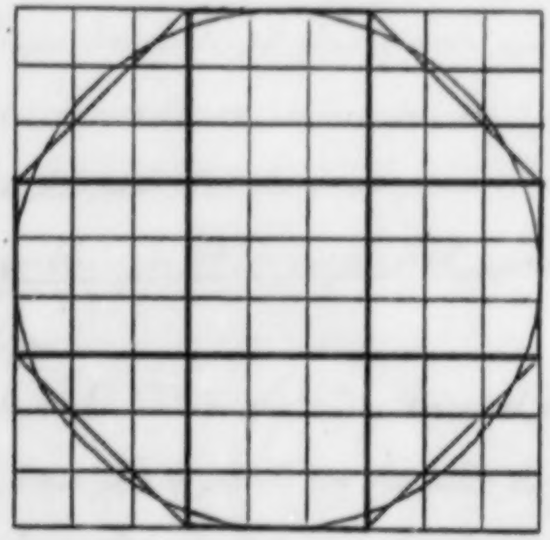
... et les régions situées aux quatre extrémités (du grand carré) et ayant une aire totale de 18 cm carrés. (4 fois l'aire d'un demi-carré de 3 cm de côté ou $4 \times \frac{9}{2} = 18$)



L'aire de l'octogone est donc égale à la somme des deux aires calculées précédemment ou de (45 + 18) cm carrés ou de 63 cm carrés.



Si nous replaçons l'octogone dans le carré de 9 cm de côté (où on a déjà tracé notre cercle), on obtient :



Et si nous comparons seulement l'octogone et le cercle, en hachurant les régions où l'octogone dépasse le cercle et en noircissant les régions où le cercle dépasse l'octogone.

Nous constatons que les régions noircies sont plus grandes que les régions hachurées. Donc, l'aire du cercle est plus grande que l'aire de l'octogone.

Comme l'aire du cercle est plus grande que l'aire de l'octogone et que cette dernière mesure 63 cm carrés, alors les Egyptiens avancèrent l'idée que l'aire du cercle était de 64 cm carrés. Pour eux, c'était là un résultat remarquable, car 64 cm carrés était aussi l'aire d'un carré de 8 cm de côté.

Comme le cercle était inscrit dans un carré de 9 cm de côté, ce cercle de 64 cm carrés d'aire avait un diamètre de 9 cm. Comme 64 cm carrés est aussi l'aire d'un carré de 8 cm de côté, alors il suffisait de prendre les $\left(\frac{8}{9}\right)$ du diamètre, d'élever cette mesure au carré pour obtenir l'aire du cercle.

(En effet, $\left(\frac{8}{9}\right)$ du diamètre donne $\frac{8}{9} \times 9 = \frac{72}{9} = 8$ et $8 \times 8 = 64$)

Et l'aire du cercle devient alors $\left(\frac{8}{9}\text{ du diamètre}\right)$ multiplié par $\left(\frac{8}{9}\text{ du diamètre}\right)$ ou encore : $\left(\frac{8}{9}D\right)\left(\frac{8}{9}D\right)$. Comme le diamètre vaut 2 rayons, on peut écrire : $\left(\frac{8}{9} \times 2\text{ Rayons}\right)\left(\frac{8}{9} \times 2\text{ Rayons}\right)$ ou encore $\left(\frac{16}{9}R\right)\left(\frac{16}{9}R\right)$ ou $\left(\frac{16}{9} \times \frac{16}{9}\right)(R \times R)$ ou $\left(\frac{16}{9}\right)^2 R^2$.

Pour obtenir la circonférence, les Egyptiens multipliaient le diamètre par $\left(\frac{16}{9}\right)^2$ $\left[\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3,16049...\right]$. C'est donc dire qu'avec leur méthode de calculs, les Egyptiens avaient obtenu pour "$\frac{C}{D}$" la valeur de $\left(\frac{16}{9}\right)^2$. Cette

dernière valeur de "$\frac{C}{D}$" $\left[\left(\frac{16}{9}\right)^2\right]$ est plus précise que celle des Babyloniens, à cause de la méthode de travail. Les Babyloniens approximaient la circonférence à l'aide d'une corde et le diamètre à l'aide d'une branche. Les Egyptiens, eux, avançaient l'idée que l'aire du cercle d'un diamètre de 9cm égale l'aire d'un carré de 8cm de côté (en évaluant l'aire du cercle à l'aide de l'aire d'un octogone).

> En somme, les Egyptiens trouvaient la mesure du contour d'un cercle ou la circonférence en multipliant le diamètre par $\left(\frac{16}{9}\right)^2$.

Au niveau de la maîtrise de la mathématique, les Egyptiens se distinguaient par leur travail sur les fractions. Ils avaient établi des tables de calculs, avec des fractions unitaires (dont le numérateur est 1). Ainsi, pour trouver les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$; ils appliquaient le procédé suivant : "nous obtenons une première fraction en prenant comme dénominateur 2 fois le dénominateur de $\frac{1}{5}$. Cette première fraction est $\frac{1}{10}$. La seconde a comme dénominateur 6 fois le dénominateur de $\frac{1}{5}$ ou 30. Cette seconde fraction est $\frac{1}{30}$. Il reste ensuite à additionner $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{30}$." [7]

Si on demandait à l'utilisateur de cette solution pourquoi il doublait 5 une première fois et multipliait par 6 une seconde fois, il aurait

---

7)

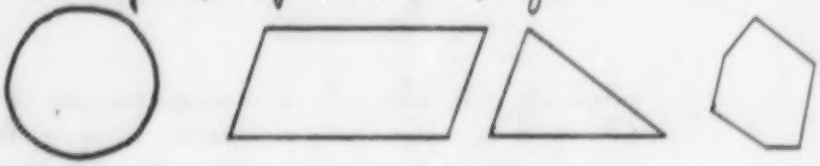
probablement répondu : « Je ne sais pas, l'auteur ne l'a pas écrit. »

En géométrie, nous venons de voir que les Égyptiens avaient supposé que l'aire du cercle d'un diamètre de 9 unités égale l'aire d'un carré dont les côtés mesurent 8 unités. Cependant, les Égyptiens n'avaient pas apporté de preuve rigoureuse à cette affirmation.

En somme, les Égyptiens travaillaient la mathématique d'une manière semblable à celle des Babyloniens. Comme eux, ils se référaient à des problèmes déjà solutionnés et ne prouvaient pas leurs solutions. Cependant, leur évaluation de « $\frac{C}{D}$ » se trouvait plus précise, car leur méthode dépendait moins des instruments de mesure.

b.3) <u>QUELQUES EXERCICES</u>.

b.3.1) Reproduire chacune des figures ci-dessous. Sur les reproductions, hachurer (////) les régions correspondantes à la surface.



b.3.2) Qu'est-ce que l'aire ?

b.3.3) Comment fait-on pour obtenir l'aire d'un rectangle dont on connaît la longueur du petit côté et celle du grand côté ?

b.3.4) Comment fait-on pour obtenir l'aire d'un carré dont on connaît la longueur des côtés ?

b.3.5) Les Égyptiens, dans leur calcul de « C/D » ont remarqué que l'aire du cercle était légèrement supérieure à l'aire de quelle figure ?

b.3.6) Quelle valeur les Égyptiens ont-ils obtenu pour « $\frac{C}{D}$ » ?

b.3.7) Si les Égyptiens calculaient la circonférence d'un cercle dont le diamètre mesure 9 mètres, quelle réponse obtiendraient-ils ? (Donner les calculs).

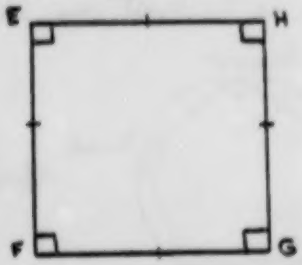
b.3.8) Qu'est-ce qui nous amène à dire que les Égyptiens n'exploitaient pas tellement le raisonnement logique dans la solution de leurs problèmes?

b.3.9) Sur le plan de la justification des étapes à suivre pour solutionner un problème, les Égyptiens ont-ils une méthode de travail qui ressemble à celle des Babyloniens? Pourquoi?

c) LA GRÈCE ET LE CALCUL DE "C/D" (CIRCONFÉRENCE DIVISÉE PAR LE DIAMÈTRE)

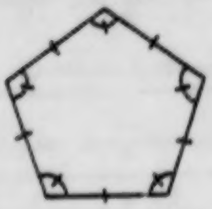
c.1) Des notions de base

→ Soit la figure suivante:



c.1.1) Quelle propriété caractérise les côtés de cette figure?
c.1.2) Quelle propriété caractérise les angles intérieurs de cette figure?

→ Soit la figure suivante:



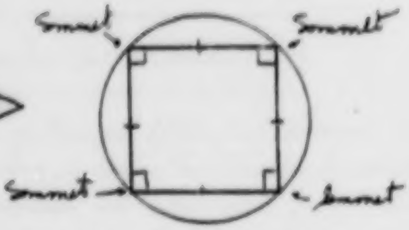
c.1.3) Quelle propriété caractérise les côtés de ce pentagone?
c.1.4) Quelle propriété caractérise les angles de ce pentagone?

On dit que ces figures sont des polygones réguliers

Un polygone (ligne fermée composée de segments de droite) est régulier lorsque tous ses côtés sont congrus et ses angles sont aussi congrus.

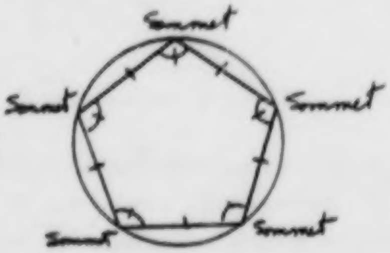
∴ Donc le carré et le pentagone sont réguliers. –

Soit la figure suivante:



c.1.5) Quelles figures géométriques rencontrons-nous?
c.1.6) Quelle position occupe le polygone (le carré) par rapport au cercle?
c.1.7) Quels points du carré touchent au cercle?

Soit la figure suivante:

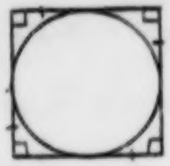


c.1.8) Quelles figures géométriques rencontrons-nous?
c.1.9) Quelle position occupe le polygone (pentagone) par rapport au cercle?
c.1.10) Quels points du pentagone touchent au cercle?

On dit qu'un polygone régulier est inscrit

Lorsqu'un polygone régulier est placé à l'intérieur d'un cercle de manière que tous les sommets touchent au cercle en un seul point, ce polygone régulier est inscrit dans le cercle.
- Donc le carré et le pentagone sont inscrits dans le cercle -

Soit la figure suivante:



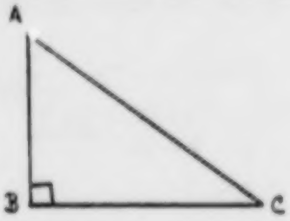
c.1.11) Quelles figures géométriques rencontrons-nous?
c.1.12) Quelle position occupe le polygone (le carré) par rapport au cercle
c.1.13) En combien de point(s) chacun des côtés du carré touchent-ils le cercle?

On dit qu'un polygone régulier est circonscrit

Lorsqu'un polygone régulier est placé à l'extérieur d'un cercle de manière que chacun de ses côtés touche le cercle en un seul point, ce polygone régulier est circonscrit au cercle.

—Donc le carré est circonscrit au cercle—

Soit la figure suivante :



c.1.14) Combien de côtés et d'angles rencontrons-nous dans cette figure?
c.1.15) Un des angles porte-t-il un nom particulier? Quel angle?
c.1.16) Comment appelle-t-on un triangle qui a un angle droit?

Le triangle ABC est rectangle parce qu'il a un angle droit.

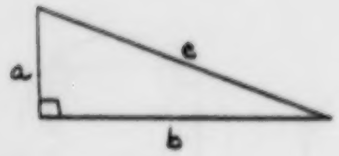
c.1.17) Quel est le côté opposé (qui fait face) à l'angle droit dans le triangle AB.
c.1.18) Quel nom donne-t-on au côté opposé à l'angle droit, dans le triangle rectangle?

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit dans le triangle rectangle.

c.1.19) Trouve la mesure du côté AB à l'aide d'une règle.
c.1.20) Élève cette mesure au carré.
c.1.21) Trouve la mesure du côté BC à l'aide d'une règle.
c.1.22) Élève cette mesure au carré.
c.1.23) Trouve la mesure du côté AC à l'aide d'une règle.
c.1.24) Élève cette mesure au carré.
c.1.25) Quelle opération devons-nous établir entre la mesure de AB au carré et celle de BC au carré pour obtenir la mesure de AC au carré?

$$(AB^2 \underline{\ ?\ } BC^2 = AC^2)$$

Soit la figure suivante:



On sait que $a^2+b^2=c^2$

Si a = 2 et b = 3; quelle est la mesure de c?

Utilisons la formule: $a^2+b^2=c^2$

d'où: $2^2+3^2=c^2$

$4+9=c^2$

$13=c^2$

Si $c^2=13$; alors: $\sqrt{c^2}=\sqrt{13}$ ou $c=\sqrt{13}$

c.1.26) Quelle sera la valeur de "b" si "c" mesure 5 unités et "a" mesure 2 unités?

Essaie de le trouver. Si tu n'y arrives pas, complète le raisonnement ci-dessous.

On sait que: $a^2+b^2=c^2$

Comme c = 5 et a = 2; alors: $2^2+b^2=5^2$

$4+b^2=25$

$b^2=25-$ ____

$b^2=$ ____

si $b^2=21$; alors:

$\sqrt{b^2}=$ ____

$b=$ ____

c.1.27) Quelques exercices:

Soient les figures:

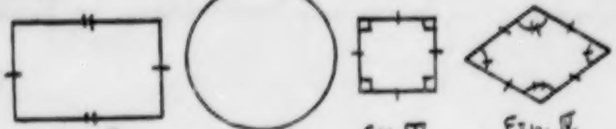


FIG I FIG II FIG III FIG IV

c.1.27.1) Laquelle de ces figures est un polygone régulier?

Soient les figures:

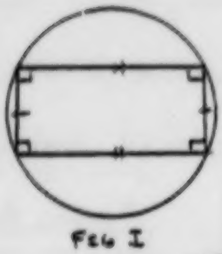


FIG. I

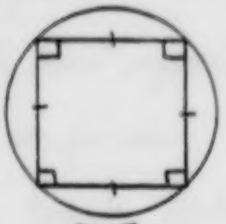


FIG. II

FIG. III

FIG. IV

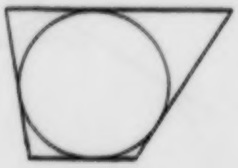
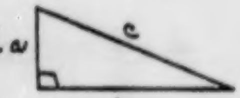


FIG. V

C.1.27.2) Dans lesquelles de ces figures rencontrons-nous un polygone régulier inscrit?

C.1.27.3) Dans laquelle de ces figures rencontrons-nous un polygone régulier circonscrit?

Soit le triangle rectangle suivant:



C.1.27.4) Si $a = 3$ et $b = 5$; quelle sera la mesure de c?

C.1.27.5) Si $c = 15$ et $a = 9$; quelle sera la mesure de b?

C.2) LES GRECS ET LA CIRCONFÉRENCE.

Archimède fut un Grec qui travailla, d'une manière particulière, le calcul de π. Il faut aussi ajouter qu'Archimède profitait des recherches de tous ses prédécesseurs (qui étaient plus nombreux que ceux qu'avaient les Babyloniens et les Égyptiens).

Archimède approcha la circonférence d'une nouvelle manière. Il envisagea de déterminer la circonférence en l'approchant par des figures

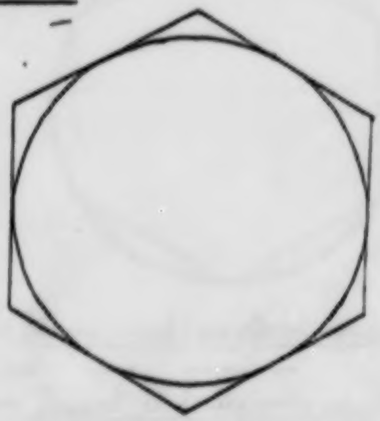
dont le périmètre serait, d'une part, plus petit que la circonférence et par d'autres figures dont le périmètre serait supérieur à la circonférence.

Voici, à l'aide de quelques figures, son processus.

En premier lieu, Archimède inscrit un hexagone régulier dans un cercle dont le rayon mesure 3 cm.

On remarque que le périmètre de l'hexagone inscrit < circonférence

Ensuite, Archimède circonscrit un hexagone régulier au même cercle.



On remarque que le périmètre de l'hexagone circonscrit > circonférence.

En combinant les deux figures, on obtient :

Cette figure montre bien que :

périmètre de l'hexagone inscrit < C < périmètre de l'hexagone circonscrit.

Archimède réussit à réduire l'écart entre le périmètre des polygones et la circonférence en augmentant le nombre de côtés des polygones. Ainsi...

Archimède inscrit un dodécagone régulier (polygone de 12 côtés) dans le même cercle.

Et en plaçant l'hexagone régulier dans le cercle où on vient d'inscrire le dodécagone régulier, on constate :

périmètre hexagone inscrit < périmètre dodécagone inscrit < C

On traçant un dodécagone régulier circonscrit au même cercle où on on a aussi l'hexagone régulier circonscrit (pointillés) on constate :

périmètre hexagone circonscrit > périmètre dodécagone circonscrit > C

Et en traçant le dodécagone régulier inscrit et circonscrit, on voit que l'inégalité...

Et on remarque :

↓

périmètre de l'hexagone inscrit < périmètre du dodécagone inscrit < C < périmètre du dodécagone circonscrit < périmètre hexagone circons

Et en augmentant constamment le nombre de côtés des polygones, Archimède se rapprochait de plus en plus du cercle.

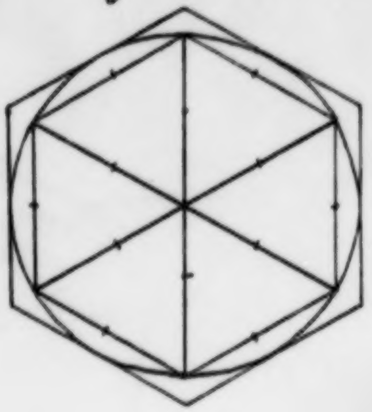
Restait maintenant à déterminer le périmètre des polygones réguliers inscrits et circonscrits. Nous allons regarder la méthode d'Archimède pour les hexagones et il suffira de se dire que la méthode est semblable pour les autres polygones.

Pour l'hexagone régulier inscrit, nous remarquons qu'en liant les sommets de l'hexagone au centre du cercle, nous obtenons 6 triangles dont les côtés sont congrus et mesurent la valeur du rayon (3 cm).

Alors, le périmètre de l'hexagone inscrit s'obtient en calculant 3cm + 3cm + 3cm + 3cm + 3cm + 3cm ou 6 x 3cm ou 18cm. En considérant le périmètre de l'hexagone régulier inscrit comme la circonférence du cercle, on obtient alors la circonférence égale à 18cm (ou C = 18cm). D'où on tire que

$\frac{C}{D} = \frac{C}{2\,\text{Rayons}} = \frac{18\text{cm}}{2 \times 3\text{cm}} = \frac{18\text{cm}}{6\text{ cm}} = 3$. (La même valeur que les Babyloniens).

Pour l'hexagone régulier circonscrit, il nous faut utiliser l'hexagone inscrit et l'énoncé de Pythagore concernant les triangles rectangles. Nous savons que le côté de l'hexagone régulier inscrit a pour mesure la valeur du rayon. →



En voulant dans l'hexagone inscrit un triangle rectangle, nous connaissons automatiquement la longueur de deux côtés de ce triangle.

En effet, l'hypoténuse (ou le rayon) mesure 3 cm et le petit côté mesure 1,5 cm (car la perpendiculaire abaissée du sommet d'un triangle équilatéral divise la base en deux segments congrus).

À l'aide de la formule $c^2 = a^2 + b^2$, on peut trouver la mesure de b

Comme c = 3 cm et a = 1,5 cm ;

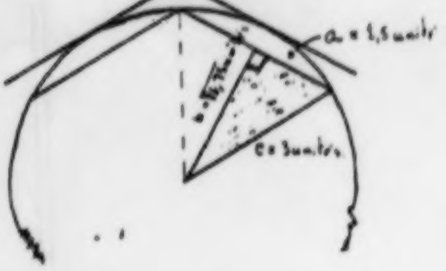
Alors :

$$
\begin{aligned}
c^2 &= a^2 + b^2 \\
(3)^2 &= (1,5)^2 + b^2 \\
9 &= 2,25 + b^2 \\
9 - 2,25 &= b^2 \\
6,75 &= b^2
\end{aligned}
$$

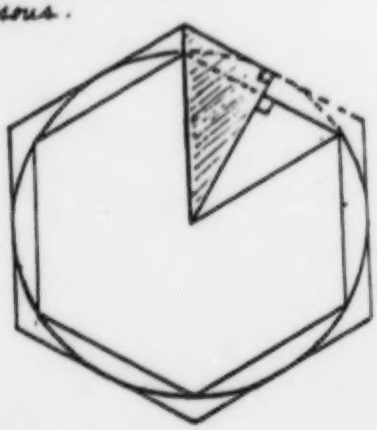
Donc, si $b^2 = 6,75$; alors : $\sqrt{b^2} = \sqrt{6,75}$

$$b = \sqrt{6,75}$$

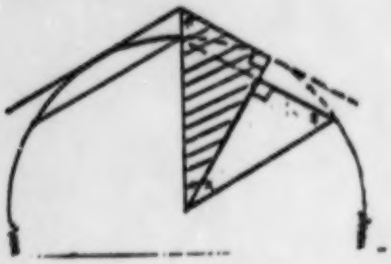
Dans notre triangle rectangle, cette valeur de "b" s'inscrit :



Pour suivre à établir le périmètre de l'hexagone régulier circonscrit, nous allons travailler avec les deux triangles rectangles ci-dessous.



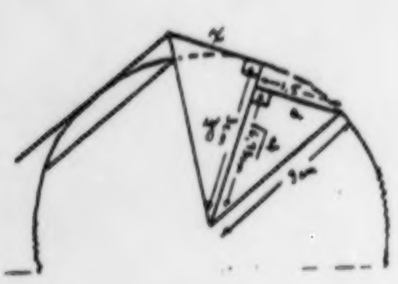
Ces deux triangles rectangles sont semblables car ils ont des angles ayant la même mesure.



Comme dans les triangles semblables les éléments correspondants sont proportionnels on peut donc dire que "a" divisé par "b" donne un quotient égal à "x" divisé par "y".

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$$

Et en posant sur ces triangles les mesures connues.



Le rapport $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ devient:

$$\frac{1,5}{\sqrt{6,75}} = \frac{x}{3}$$

De cette équation : $\dfrac{1,5}{\sqrt{6,75}} = \dfrac{x}{3}$

nous tirons la valeur de x en multipliant les deux membres par 3.

$$(3)\left(\frac{1,5}{\sqrt{6,75}}\right) = \left(\frac{x}{3}\right)(3)$$

$$\frac{4,5}{\sqrt{6,75}} = \frac{3x}{3}$$

$$\frac{4,5}{\sqrt{6,75}} = x$$

Et en simplifiant l'écriture de x

→ Le dénominateur: $\sqrt{6,75} = \sqrt{\dfrac{675}{100}} = \sqrt{\dfrac{3^3 \times 5^2}{2^2 \times 5^2}} = \sqrt{\dfrac{3^3}{2^2}} = \dfrac{3}{2}\sqrt{3}$ ou $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

→ La valeur de x: $x = \dfrac{4,5}{\sqrt{6,75}} = \dfrac{4,5}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = 4,5 \div \dfrac{3\sqrt{3}}{2} = 4,5 \times \dfrac{2}{3\sqrt{3}} = \dfrac{9}{3\sqrt{3}} = \dfrac{3}{\sqrt{3}}$

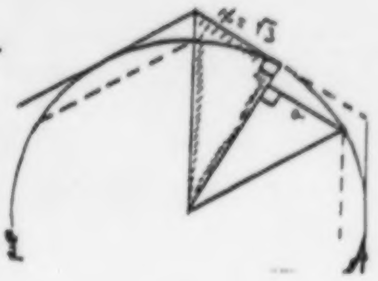
En rationalisant le dénominateur:

$$\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\text{Donc: } x = \frac{4,5}{\sqrt{6,75}} = \sqrt{3}$$

En plaçant la valeur de x sur notre figure, nous remarquons que nous venons d'obtenir la moitié de l'hexagone circonscrit.

(Car la perpendiculaire abaissée du sommet d'un triangle équilatéral divise la base en deux segments congrus)



Et si $x = \sqrt{3}$, alors le côté de l'hexagone circonscrit mesure 2 fois $\sqrt{3}$ ou $2\sqrt{3}$. Du coup, le périmètre de l'hexagone circonscrit devient 6 fois $2\sqrt{3}$ ou $12\sqrt{3}$

Et en considérant le périmètre de l'hexagone circonscrit comme la circonférence dessinée, on obtient alors $C = 12\sqrt{3}$. La valeur de "$\frac{C}{D}$" devient: - 8.31 -

$$\frac{C}{D} = \frac{C}{2\ \text{Rayons}} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{3} \text{ (ou } 3{,}464\ 101\ 615\ldots)$$

Donc, en revenant à notre inégalité de base concernant le périmètre de l'hexagone régulier inscrit et circonscrit.

$$\text{périmètre de l'hexagone régulier inscrit} < C < \text{périmètre de l'hexagone régulier circonscrit}$$

Si on divise les membres par D.

$$\frac{\text{périmètre de l'hexagone régulier inscrit}}{D} < \frac{C}{D} < \frac{\text{périmètre de l'hexagone régulier circonscrit}}{D}$$

Et par le calcul (en remplaçant les périmètres par leur valeur)

$$\frac{18\text{cm}}{6\text{cm}} < \frac{C}{D} < \frac{12\sqrt{3}\text{ cm}}{6\text{ cm}}$$

ou

$$3 < \frac{C}{D} < 2\sqrt{3}$$

En appliquant cette méthode sur des polygones de 96 côtés, on obtient l'inégalité suivante:

$$\frac{\text{périmètre des polygones réguliers inscrit de 96 côtés}}{D} < \frac{C}{D} < \frac{\text{périmètre des polygones réguliers circonscrit de 96 côtés}}{D}$$

Et en identifiant $\frac{C}{D}$ comme étant π, Archimède a obtenu:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$$

Ce qui donne comme valeur moyenne de π:

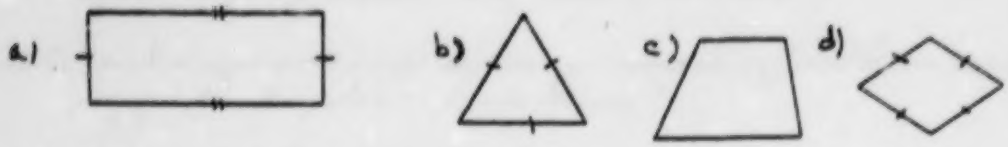
3,141 845...

Nous remarquons que cette valeur de π est plus précise que celle des Babyloniens et des Égyptiens. De plus, elle résulte d'un raisonnement logique beaucoup plus poussé que celui des Babyloniens et des Égyptiens. En effet, au fur et à mesure qu'Archimède expose sa méthode, <u>il prend toujours soin de donner les raisons qui justifient son action.</u> Essayons de citer quelques-unes de ces raisons. Dans le périmètre de l'hexagone inscrit, Archimède montre que le côté de l'hexagone est congru au rayon du cercle. Pour le périmètre de l'hexagone circonscrit, Archimède utilise l'énoncé de Pythagore concernant les triangles rectangles, la perpendiculaire abaissée du sommet d'un triangle équilatéral sur la base, la proportionnalité des éléments correspondants dans les triangles semblables...

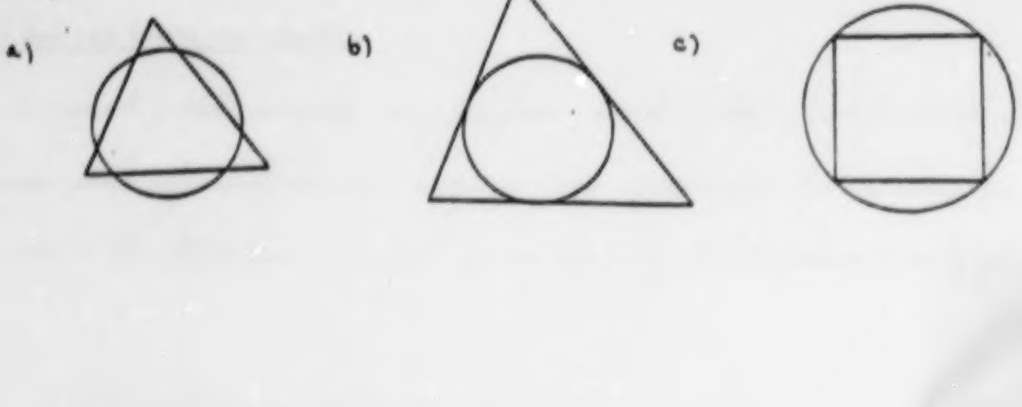
> En somme, Archimède cessait de se fier aux mesures ou à l'évaluation à l'aide des sens. Il tablait plutôt sur l'enchaînement logique de ses propos et la justification de ses dernières.

c.3) <u>Quelques exercices</u>

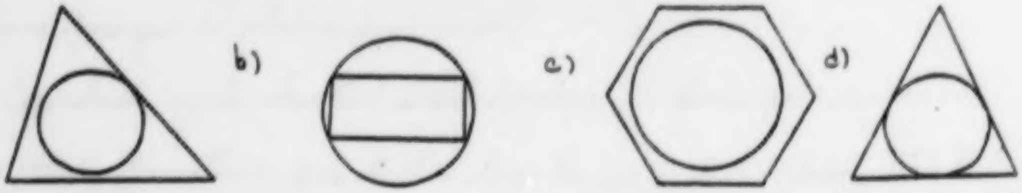
c.3.1) <u>Lesquelles de ces figures sont des polygones réguliers?</u> (Donne la lettre correspondante)



c.3.2) Lequel de ces polygones est inscrit dans un cercle? (Donne la lettre correspondante)



c.3.3) Lequel de ces polygones est circonscrit au cercle ? (Donne la lettre correspondante)



c.3.4) Dans laquelle des figures ci-dessous le périmètre du polygone régulier approche-t-il le plus la circonférence ? (Donne la lettre correspondante

c.3.5) Quelle est la valeur moyenne que les Grecs ont obtenue pour "$\frac{C}{D}$" (ou π) avec des polygones réguliers inscrits et circonscrits de 96 côtés ?

c.3.6) Si les Grecs calculaient la circonférence d'un cercle dont le diamètre mesure 9 mètres, (à l'aide de la valeur de π donnée au no c.3.5) quelle réponse obtiendraient-ils ? (Calculs nécessaires).

c.3.7) Qu'est-ce qui nous amène à dire qu'Archimède exploitait le raisonnement logique dans la solution des problèmes ?

c.3.8) Est-ce qu'Archimède justifie les étapes à suivre pour solutionner un problème de la même façon que les Égyptiens et les Babyloniens ? Que fait-il de différent ?

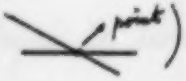
c.4) <u>CE QUE LES GRECS ONT AJOUTÉ.</u>

Le nouvel esprit, rencontré chez les Grecs, réside surtout dans le désir de prouver leurs affirmations ou d'appuyer leurs propos sur des énoncés déjà prouvés ou des définitions clairement formulées. Chez les Babyloniens et les Égyptiens,

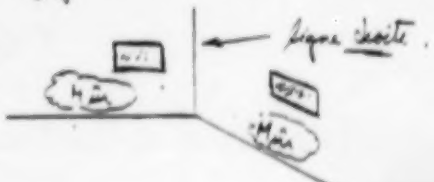
on se contentait souvent d'appliquer la solution proposée par un auteur sans trop savoir pourquoi la solution fonctionnait.

Cependant, quelle structure avait développé les Grecs pour arriver à prouver leurs affirmations sans tomber dans le piège de la preuve éternelle ? En d'autres mots, si on prouve une première affirmation par une seconde affirmation ou une définition ; normalement il faudrait également prouver la seconde affirmation par une troisième affirmation ou une autre définition et reprendre constamment cette démarche. On n'arrêterait jamais de prouver.

Les Grecs affrontèrent ce problème de la preuve perpétuelle d'une manière originale. Ils acceptèrent, au départ, l'existence de <u>vérités premières non démontrables</u> et de <u>mots indéfinissables</u>. Ces mots indéfinissables, on les appelle des <u>termes primitifs</u>. Quant aux vérités premières non démontrables elles se nomment <u>axiomes</u> ou <u>postulats</u>. En pratique, les termes primitifs sont employés dans les définitions pour nous empêcher de définir constamment. Les axiomes, les postulats nous délivrent de l'obligation de prouver perpétuellement nos énoncés. Etant vrais au départ, les termes primitifs, les axiomes, les postulats engendrent des énoncés qui sont aussi véridiques. Il devient alors assez simple de prouver ses affirmations, d'enchaîner logiquement ses idées. Ainsi, si Archimède adopta une démarche logique dans son calcul de "$\frac{C}{D}$" ou π, c'est que la structure mathématique le lui permettait.

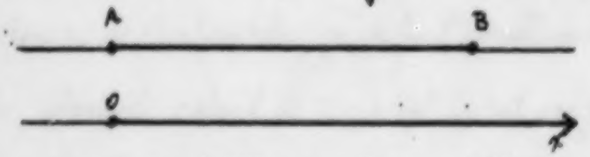
Pour mieux comprendre le système inventé par les Grecs, étudions certains de leurs termes primitifs et axiomes tout en regardant quelques définitions et énoncés qui en résultent. Les Grecs identifièrent très tôt quatre termes primitifs : le point, le plan, la droite et l'espace. Ils ne donnèrent pas une définition de ce ces termes primitifs mais tentèrent plutôt d'en donner une description, d'en proposer une représentation. Ainsi, les Grecs considèrent le point comme n'ayant pas de partie. Habituellement, les Grecs représentent le point par la rencontre de deux lignes. Les Grecs illustrent souvent le point de cette manière : (

). Le plan grec, lui, ne se réfère pas aux stratégies élaborées par une personne ou aux représentations à échelle de différents objets. Toute surface plane prolongée à l'infini constitue un plan. En pratique, si tous les points d'une règle entre en contact avec une surface; on peut dire que cette surface est plane. Pour obtenir un plan, il nous reste à imaginer que cette surface s'étend à l'infini dans toutes les directions. Les murs, les planchers, la surface d'un pupitre sont autant de ces surfaces qui, prolongées à l'infini, deviendraient des plans. Quant à la droite, c'est la ligne que l'on rencontre à l'intersection de deux plans. Imaginez la figure située à l'intersection de deux murs de la classe. L'espace, enfin, est un ensemble de points



dans lequel on peut se déplacer selon diverses combinaisons de trois orientations (de haut en bas, de gauche à droite, d'avant en arrière). Pour l'espace, pensez au volume occupé par la classe.

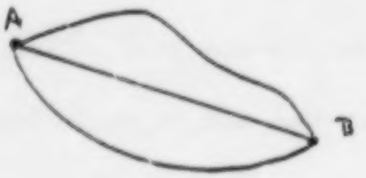
Ces quatre termes primitifs (plan, point, droite, espace) permettent d'établir de nombreuses définitions. Pensons, par exemple, au segment de droite que l'on définit comme une <u>portion de droite</u> comprise entre <u>deux points</u>. La demi-droite, elle, devient un ensemble de <u>points d'une droite</u> situés du même côté <u>d'un point</u> appelé origine. Dans ces définitions nous avons souligné les termes primitifs.



Segment AB

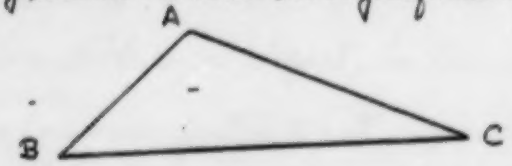
Demi-droite Ox

Les axiomes sont très nombreux. Citons, par exemple, l'axiome du plan qui dit que : "par trois points non en ligne droite, on peut faire passer un plan et un seul." Pour mieux illustrer les axiomes, nous allons formuler un axiome qui concerne la droite. Il nous arrive souvent d'entendre : "la droite est le plus court chemin entre deux points":



[Le segment AB est le chemin le plus court entre les points A et B]
(en comparaison aux autres lignes)

Ces axiomes, nous avons dit qu'ils étaient utilisés pour démontrer les énoncés. Essayons d'y arriver. Voici un triangle quelconque nommé ABC.



Pourquoi pouvons-nous dire que le côté BC est plus petit que la somme obtenue en ajoutant au côté AB le côté AC? Tout simplement, le côté BC est plus petit que la somme des deux autres, car la plus courte distance entre les points B et C est la droite (c'est la formulation d'un axiome de la droite).

Ainsi, si Archimède justifiait constamment les étapes de sa démarche, dans le calcul de π, c'est qu'il employait une mathématique ayant une structure basée sur la présence de termes primitifs, de définitions d'axiomes et de théorèmes (ou d'énoncés à démontrer). Archimède utilisait une mathématique axiomatisée.

L'axiomatisation de la mathématique qu'utilisa Archimède était une première tentative en ce domaine. Cette axiomatique était une axiomatique expérimentale, une axiomatique cherchant à traduire le plus fidèlement la réalité. Une première variation de cette axiomatique viendra du changement d'un ou des axiomes ou postulats. On obtiendra, alors, une nouvelle géométrie en supposant que l'on peut tracer, par un point donné, plus d'une parallèle à une droite.

Une autre variation de l'axiomatique viendra de Hilbert. Ce dernier suggèrera de ne plus se préoccuper de la correspondance entre les termes primitifs et la réalité. On établira, au départ, les termes primitifs; on fixera les règles du jeu (axiomes, postulats) et on construira tout le système avec ces règles.

c.4.1) <u>Quelques exercices.</u>

c.4.1.1) Pour prouver leurs énoncés, sans être pris à démontrer indéfiniment la véracité de ses affirmations, à quoi font appel les Grecs? (2 points).

c.4.1.2) Quels sont les éléments d'une mathématique axiomatisée?

c.4.1.3) Qu'est-ce que des termes primitifs?

c.4.1.4) Qu'est-ce que des axiomes?

c.4.1.5) Quel a été le grand apport des termes primitifs et des axiomes, au plan du raisonnement logique?

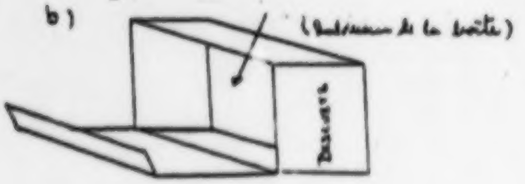
c.4.1.6) Nomme quatre termes primitifs signalés dans le texte.

c.4.1.7) Voici des images de quatre objets. Associe à chacune de ces images, un terme primitif.

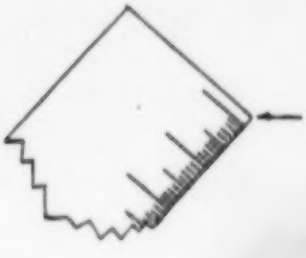
a)

c)

b)



d)



C.4.1.8) Quel(s) terme(s) primitif(s) utilise-t-on dans :

a) la définition de segments de droite ?
b) la définition d'une demi-droite ?

C.4.1.9) Donne deux exemples d'axiomes cités dans le texte.

C.4.1.10) Donne l'énoncé (le théorème) démontré à l'aide de l'axiome de la droite.

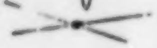
C.4.1.11) Pourquoi dit-on que l'axiomatique d'Euclide est expérimentale? Donne deux exemples qui illustent ta réponse.

C.4.1.12) Donne deux variations que subira l'axiomatique utilisée par Archimède.

d) REPRÉSENTATION ET NOTATION DES TERMES PRIMITIFS

→ Le point

⇉ L'image d'un point:

C'est la pointe d'un crayon (·) ou encore la rencontre de deux droites 

⇉ Notation:

Par une lettre majuscule

Ex.: ·A c'est le point A.

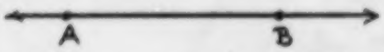
→ La droite

⇉ L'image d'une droite:

(Les pointes de flèches indiquent que la droite est illimitée dans les deux sens)

⇉ Notation de la droite:

≡ Par deux points distincts choisis sur elle.

Ex.: 

droite AB ou $\overleftrightarrow{AB}$

≡ Par une lettre majuscule placée entre des parenthèses.

Ex.:

droite (D) ou (D)

≡ Par une lettre minuscule seule

Ex.:

droite a ou a

≡ Par les lettres xx' placées à chaque extrémité de la droite.

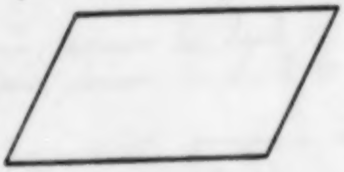
Ex.:

droite xx' ou $\overleftrightarrow{xx'}$

→ Le plan

⇉ L'image d'un plan:
On représente un plan par un parallélogramme.

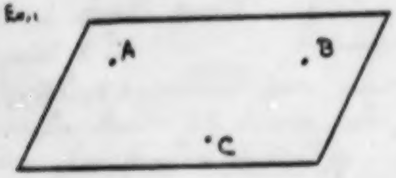
Ex.1



⇉ Notation d'un plan

≡ Par trois points non en ligne droite (non colinéaires)

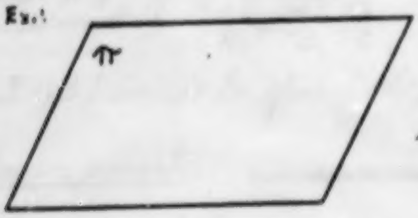
Ex.1



le plan ABC

≡ Par la lettre grecque π

Ex.1



le plan π.

d.1) Exercices:

d.1.1) Comment nomme-t-on un point?
d.1.2) Donne quatre manières de nommer une droite.
d.1.3) Qu'est-ce que des termes primitifs?
d.1.4) Par quelle image représente-t-on un plan géométrique?
d.1.5) Donne deux manières de nommer un plan.
d.1.6) Trace l'image d'un point appelé C.
d.1.7) Trace l'image d'un point appelé A.
d.1.7.1) Essaie de tracer proprement 5 droites passant par ce point.
d.1.7.2) Serait-il possible d'en faire passer 25?

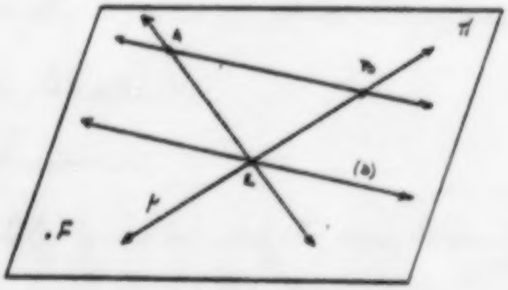
d.1.8) Quelle dimension possède la droite ?

d.1.9) Soit la droite suivante :

d.1.9.1) En utilisant les points, nomme la droite (D) de trois autres manières.

d.1.9.2) Sans utiliser les points, nomme la droite AB de deux autres manières.

d.1.10) Soit la figure suivante :



d.1.10.1) Nomme deux points tracés dans le plan.

d.1.10.2) Nomme toutes les droites présentes dans le plan.

d.1.10.3) Combien de droites passent par le point E ?

d.1.10.4) Quel point n'appartient pas aux droites tracées.

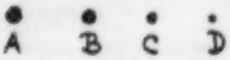
d.1.10.5) Nomme la droite DE d'une autre manière.

d.1.10.6) Nomme les droites passant par le point E.

d.1.10.7) Nomme ce plan de deux manières différentes.

d.1.11) Soient deux droites : $\overleftrightarrow{AB}$ et (C). Si ces droites se coupent au point D, trace ces deux droites.

d.1.12) Soient les dessins :



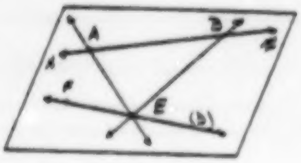
Lequel est l'image la plus fidèle d'un point géométrique ?

d.1.13) Soit le dessin suivant :

Que pouvons-nous faire pour améliorer cette représentation d'une droite ? (2 choses).

d.1.14) Un plan a-t-il un bord droit ?

d.1.15) Réponds par vrai ou faux (Utilise la figure ci-dessous).



d.1.15.1) La droite (D) est illimitée.

d.1.15.2) Par le point E, on peut faire passer seulement deux droites.

d.1.15.3) Le point E appartient à (D)

d.1.15.4) $\overleftrightarrow{EF}$ est une autre manière de nommer (D).

d.1.15.5) $\overleftrightarrow{xx'}$ porte aussi le nom de $\overleftrightarrow{BE}$.

d.1.15.6) $\overleftrightarrow{AB}$ porte aussi le nom de $\overleftrightarrow{xx'}$

d.1.15.7) Les droites AB et EB se coupent au point B.

d.1.15.8) $\overleftrightarrow{AB}$ et $\overleftrightarrow{AE}$ se rencontrent au point E.

e) PROPRIÉTÉS DES TERMES PREMIERS

Ces termes primitifs, que nous ne définissons pas, jouissent de certaines propriétés que nous pouvons observer et que nous ne démontrons pas. Ce sont les énoncés primitifs ou encore les axiomes.

e.1) Notion d'énoncés primitifs (ou d'axiomes)

Ce sont les vérités fondamentales que l'on accepte sans démonstration.

e.1.1) Énoncés primitifs de la droite (ou axiomes) ___

e.1.1.1) Trace un point C dans ton cahier. Essaie de faire passer 5 droites distinctes par ce point. Est-il possible d'en faire passer 20? 50? 100?

Complète l'énoncé ci-dessous:

1er AXIOME: (DE LA DROITE)

Par un point, on peut faire passer ______ ______

e.1.1.2) Trace deux points, E et F, dans ton cahier.

e.1.1.3) Trace une droite passant par ces deux points E et F.

e.1.1.4) Pourrons-nous tracer une autre droite, différente de celle tracée en (e.1.1.3) et qui passe par les deux points E et F?

Complète l'énoncé ci-dessous:

2e AXIOME: (DE LA DROITE)

Par deux points distincts, on peut faire passer ______ ______

c.1.1.5) Trace une droite dans ton cahier et nomme-la D.

c.1.1.6) Quelle est la longueur de la droite que tu as tracée ? (10 cm, 30 cm, 40 cm ?)

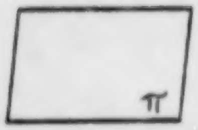
Complète l'énoncé ci-dessous:

3e AXIOME: (DE LA DROITE).

Une droite est ______________ dans les deux sens.

c.1.2) Énoncés primitifs du plan (ou axiomes)

c.1.2.1) Quelle est la longueur ou la largeur d'un plan (5 cm, 10 cm, 100 m, 300 m) ?



c.1.2.2) Si l'image du plan π ci-contre a une longueur de 3 cm et une largeur de 2 cm ; est-ce que le plan π a aussi ces dimensions ?

Complète l'énoncé ci-dessous:

1e AXIOME: (DU PLAN)

Un ______ est illimité

c.1.2.3) Quand une porte est ouverte, qu'est-ce qui relie la porte au mur ?

c.1.2.4) Habituellement, combien de pentures relient la porte au mur ?

c.1.2.5) Lorsque seulement les deux pentures relient la porte au mur : combien de positions peut adopter la porte ?

c.1.2.6) En supposant que la porte représente un plan et que les deux pentures correspondent chacune à un point ; combien de plans pourrons-nous faire passer par deux points ?

Complète l'énoncé ci-dessous:

2e AXIOME: (DU PLAN)

Par un point ou par deux points distincts, nous pouvons faire passer ______________ de plans.

IMAGE I:

Le point A appartient aux trois plans : π, π_1, π_2.

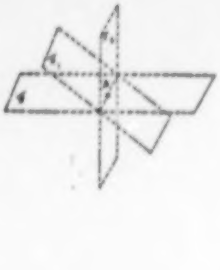
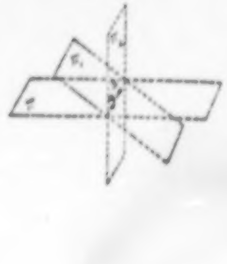
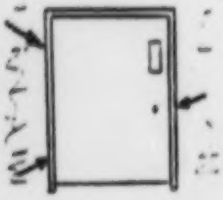


IMAGE II:

Les points A et B appartiennent aux trois plans : π, π_1, π_2.





c.1.2.7) Si la porte de la classe est fermée, combien de points la rattachent au mûr? Identifie ces points.

c.1.2.8) Combien de porte(s) peut (peuvent) occuper la même position au même endroit?

c.1.2.9) Les deux pentures et le pène de la serrure sont-ils tous les trois en ligne droite?

c.1.2.10) En supposant que la porte est un plan, que les pentures sont des points et que le pène est un point, combien de plans pouvons-nous faire passer par trois points non en ligne droite?

Complète l'énoncé ci-dessous:

3e AXIOME: (DU PLAN)

Par trois points non alignés (non colinéaires ou non en ligne droite) nous pouvons faire passer ________________

c.1.2.11) A la rencontre du plancher et du mûr en avant de la classe, quelle figure géométrique découvrons-nous?

c.1.2.12) A la rencontre du plafond et du mûr en arrière de la classe quelle figure géométrique découvrons-nous?

c.1.2.13) En supposant que le plancher, le plafond et les mûrs sont des plans, quelle ligne géométrique rencontrons-nous à l'intersection de deux plans?

Complète l'énoncé ci-dessous:

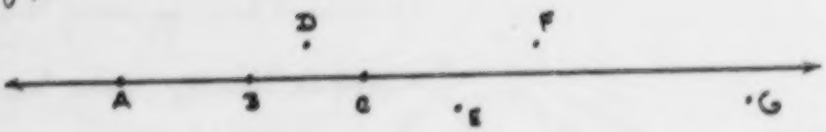
4e AXIOME: (DU PLAN)

Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent ________________ ________________________.

Voici un exemple:

c.2) Remarques sur les points:

e.2.1) Soit la figure:



e.2.1.1) Sur cette figure, combien avons-nous identifié de points?

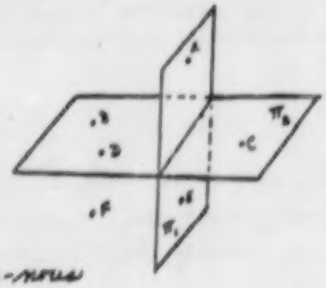
e.2.1.2) Qu'ont de particulier les points A, B, C par rapport à la droite?

e.2.1.3) Que remarquons-nous pour les points D, E, F et G par rapport à la droite?

Donc: - Les points colinéaires

Ce sont des points qui sont tous sur une même droite.
Ex.: Les points A, B et C sont colinéaires.

e.2.2) Soit la figure:



e.2.2.1) Combien de plans rencontrons-nous sur cette figure?

e.2.2.2) Combien de points avons-nous identifié?

e.2.2.3) Combien de ces points appartiennent seulement au plan π_1?

e.2.2.4) Nommons ces points appartenant au plan π_1.

e.2.2.5) Combien de points appartiennent seulement au plan π_2?

e.2.2.6) Nommons ces points appartenant au plan π_2.

e.2.2.7) A quel plan appartient le point A?

e.2.2.8) A quel plan appartient le point B?

e.2.2.9) Les points A et B appartiennent-ils au même plan?

e.2.2.10) A quel plan appartient le point A?

e.2.2.11) A quel plan appartient le point E?

e.2.2.12) Les points A et E appartiennent-ils au même plan?

e.2.2.13) Pourquoi les points A et E sont-ils coplanaires?

e.2.2.14) Les points B, D et C sont-ils coplanaires? Pourquoi?

e.2.2.15) Les points B, D et F sont-ils coplanaires? Pourquoi?

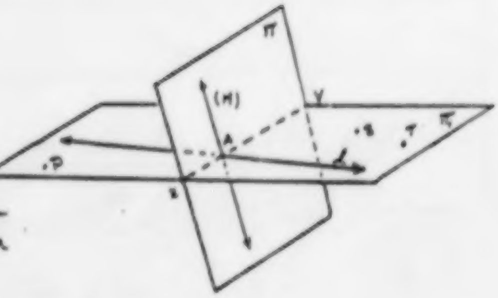
Donc: Les points coplanaires

Ce sont les points qui sont tous dans un même plan.
Ex.: Les points B, D et C sont coplanaires

e.2.3) Exercices

e.2.3.1) Énonce l'axiome qui porte sur la longueur de la droite.
e.2.3.2) Combien de plans pourons-nous faire passer par deux points?
e.2.3.3) Combien de plans pourons-nous faire passer par trois points non-colinéaires?
e.2.3.4) Combien de plans pourons-nous faire passer par un seul point?
e.2.3.5) Énonce l'axiome portant sur la longueur du plan.
e.2.3.6) Combien de droite(s) pourons-nous faire passer par un point?
e.2.3.7) Combien de droite(s) pourons-nous faire passer par deux points?
e.2.3.8) Trace dans ton cahier trois points A, B et C qui sont colinéaires. Combien de droite(s) pourons-nous faire passer par ces trois points?
e.2.3.9) Trace dans ton cahier trois points D, E et F qui ne sont pas colinéaires. Combien de droite(s) pourons-nous faire passer par ces points (en les prenant deux à deux)?
e.2.3.10) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent quelle figure géométrique?
e.2.3.11) Combien de plans pourons-nous faire passer par une droite?

c.2.3.12) <u>Soit la figure suivante :</u>



<u>Complète les affirmations suivantes :</u>

c.2.3.12.1) l est une droite du plan ___

c.2.3.12.2) P est un point du plan ___

c.2.3.12.3) P n'est pas un point du plan ___

c.2.3.12.4) Les plans π et π_1 ont en commun la ______________

c.2.3.12.5) La droite (H) et la droite l se rencontrent ______________

c.2.3.12.6) Les points P, A et S sont ______________ mais non ______________.

c.2.3.12.7) Les points P, A et T sont ______________ et ______________.

c.2.3.12.8) Tous les points communs aux plans π et π_1 composent ______________.

c.2.3.12.9) Les points A, S et T sont ______________.

c.2.3.12.10) Combien de plan(s) pourrons-nous faire passer par les points P, S et T? Pourquoi ?

c.2.3.12.11) Combien de plan(s) pourrons-nous faire passer par les points P, A et T ? Pourquoi ?

c.2.3.12.12) Combien de plan(s) pourrons-nous faire passer par les points A, S et T? Pourquoi ?

c.2.4) <u>Trace les figures décrites et porte les renseignements donnés.</u>

c.2.4.1) Une droite l sur un plan π.

c.2.4.2) Une droite (D) sur un plan <u>horizontal</u> π_1

c.2.4.3) Une droite AB sur un plan <u>vertical</u> π_2

c.2.4.4) Trois points colinéaires A, B et C et la droite passant par ces points.

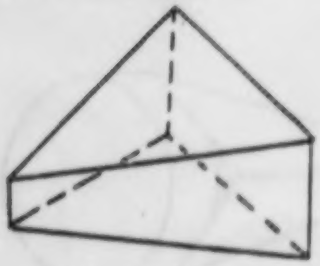
c.2.4.5) Trois points coplanaires R, S et T et le plan passant par ces points.

(R.3) → c.2.4.6) Deux plans π_1 et π_2 qui se coupent en engendrant la droite $\overleftrightarrow{XY}$. Sur le plan π_1 on a choisi le point A. Sur le plan π_2, on a choisi le point B. Trace $\overleftrightarrow{AB}$.

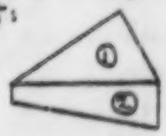
(R.3) → c.2.4.7) Deux plans π et π_1 se coupent en engendrant $\overleftrightarrow{AB}$. Le plan π est horizontal et le plan π_1 est vertical. Un plan π_2 coupent ces deux plans (π et π_1) selon la droite AB. Une droite coupent ces trois plans. Le plan π est coupé au point C, le plan π_1 est coupé au point D tandis que le plan π_2 est coupé au point E.

Pour trouver le nombre de plans qui composent une figure géométrique, il suffit habituellement de compter le nombre de surfaces planes que l'on rencontre dans cette figure (Une surface plane prolongée à l'infini correspond à un plan).

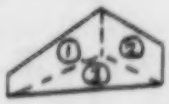
Ex. 1



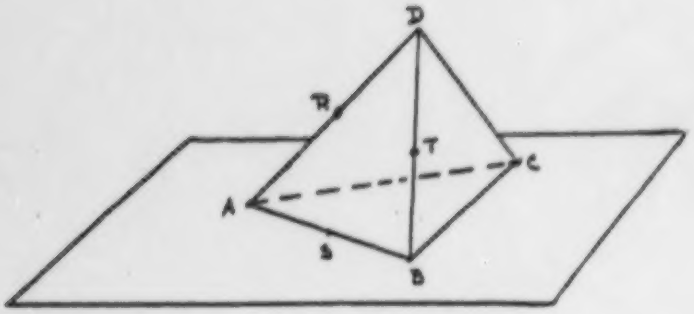
Pour trouver le nombre de plans visibles, il faut reconnaître les surfaces planes visibles qui sont:



. Quant aux plans invisibles, ils sont ③



. Donc la figure comprend 5 plans.



e.2.5) Soit la figure ci-contre

e.2.5.1) Combien de plans sont visibles sur cette figure?

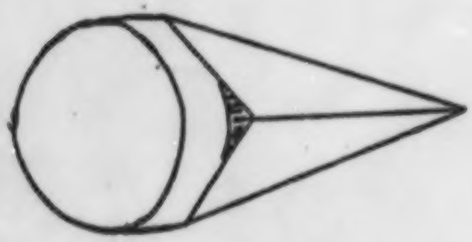
e.2.5.2) Combien de plans sont invisibles sur cette figure?

e.2.5.3) Qualifie les points suivants:

e.2.5.3.1) A, S et B (2 qualificatifs)
e.2.5.3.2) B et C (2 qualificatifs)
e.2.5.3.3) A, R et D (2 qualificatifs)
e.2.5.3.4) D, T et B (2 qualificatifs)
e.2.5.3.5) S, B et C (1 qualificatif).
e.2.5.3.6) D, R et T (1 qualificatif)
e.2.5.3.7) A, S et C (1 qualificatif).
e.2.5.3.8) D, R et S (1 qualificatif).

e.2.5.4) Nomme le plan horizontal de trois manières différentes.
e.2.5.5) Identifie le plan invisible sur cette figure.
e.2.5.6) Complète : e.2.5.6.1) A, S, B et ___ sont coplanaires.
e.2.5.6.2) D, B et ___ sont colinéaires.
e.2.5.6.3) A, S, B, R, D et ___ sont coplanaires.
e.2.5.7) Nomme le plan AST de quatre autres manières.
e.2.5.8) Nomme le plan TBC d'une autre manière.

(23) e.2.6) Soit la figure :



e.2.6.1) Combien de surfaces planes sont visibles sur cette figure ?
e.2.6.2) Combien de surfaces planes sont invisibles ?
e.2.6.3) Combien de plans rencontrons-nous dans cette figure ?

ANNEXE C

<u>Instruments de mesure et d'évaluation</u>

PRÉ-TEST

(commun aux rythmes 2 et 3)

Nom: ______________________________

Remarques: Dans ce type d'examen, vous répondez toujours sur la feuille de réponses, à la fin du questionnaire. Votre professeur [illegible] l'indiquera.

Vous rencontrerez différents types de questions. Voici des exemples de questions.

→ La partie encadrée au bas de cette feuille, représente la feuille de réponses. ←

1 Parfois, vous devez écrire une définition, une propriété, ...
   1) Qu'est-ce qu'un coefficient.

2 Parfois, vous devez compléter une phrase.
   2) Tout nombre différent de 0 et affecté de l'exposant ______ donne une puissance égale à 1.

3 Parfois, vous devez choisir entre plusieurs énoncés. Vous devez [illegible] comme réponse la (les) majuscule(s) qui précède(nt) l'énoncé (les énoncés) [illegible]:
   3) La valeur du produit de $(3^2)(27)$, en base 3, sera:
      (A) 3^{10} (B) 3^3 (C) 3^5 (D) 3^1

4 Parfois, vous devez faire un choix parmi différentes possibilités [illegible]. Vous indiquez, encore ici, la (les) majuscule(s) qui précède(nt) la possibilité (les possibilités) que vous acceptez.
   4) Voici une liste d'énoncés:
      a) Dans le SI, la partie entière d'un nombre est séparée de [illegible] partie décimale par une virgule
      b) Si la partie entière ou la partie décimale d'un nombre [illegible] de plus de quatre chiffres, nous séparons chaque groupement de trois chiffres par un espace.
      c) Le signe du dollar ($) se place à la suite du montant [illegible].

   Parmi ces énoncés, ceux qui s'appliquent dans la notation de 32 574,3 sont
      (A) a, b (B) b, c (C) a, c (D) a, b, c

FEUILLE DE RÉPONSES.
1) ______________________________
____
2) ______________
3) ______________
4) ______________

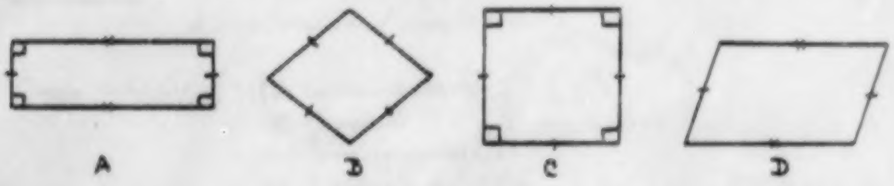
* À la fin, le questionnaire et la feuille de réponses seront ramassés.
* Vous n'écrivez pas sur les feuilles du questionnaire. Toute réponse apparaît sur la feuille de réponses.
* Détachez la dernière feuille (la feuille de réponses), indiquez votre nom et votre groupe, commencez l'examen.

Répondez à chacune des questions en utilisant l'espace approprié sur la dernière feuille (feuille de réponses). Détachez cette feuille et inscrivez votre nom sur cette dernière.

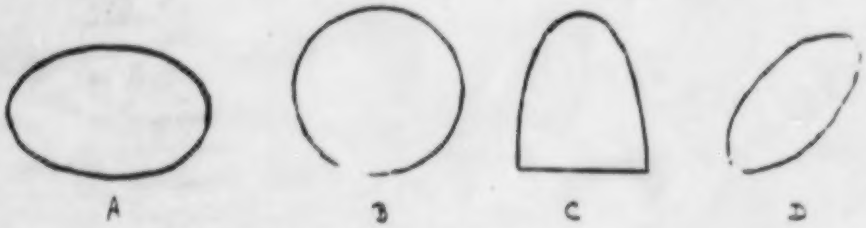
1) Tracez, dans le rectangle apparaissant à ce numéro sur la feuille de réponses, l'image d'une droite.

2) Tracez, dans le rectangle apparaissant à ce numéro sur la feuille de réponses, l'image d'un plan géométrique.

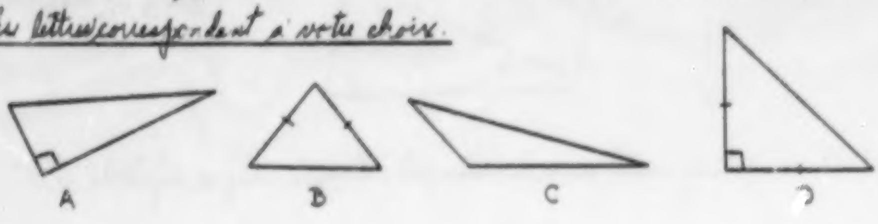
3) Laquelle des figures ci-dessous est un carré? Vous indiquez la lettre correspondant à votre choix.



4) Laquelle des figures ci-dessous est un cercle? Vous indiquez la lettre correspondant à votre choix.



5) Lesquelles des figures ci-dessous sont des triangles rectangles? Vous indiquez les lettres correspondant à votre choix.



6) Dans laquelle des figures ci-dessous rencontrons-nous un rayon? Vous indiquez la lettre correspondant à votre choix.

7) Laquelle des expressions ci-dessous complète la phrase suivante ?
(tu indiques seulement la lettre correspondant à ton choix)

Le mot géométrie signifie ____________________

(A) longueur du mètre
(B) mesure dans l'espace
(C) longueur du phaline
(D) mesure de la terre

8) Lequel des choix ci-dessous correspond à cette définition ? Vous indiquez la lettre correspondant à votre choix.

DÉFINITION. Ce sont des mots que l'on ne définit pas et qui servent de base à l'élaboration d'une science.

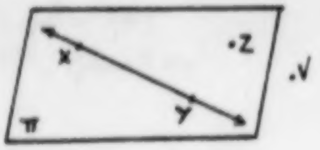
CHOIX POSSIBLES: (A) termes primitifs
(B) théorèmes
(C) énoncés primitifs
(D) systèmes déductifs

9) Parmi les noms suggérés, choisissez celui qui répond à la question.

Quel peuple fut le premier à justifier ou prouver les formules qu'il utilisait ?

(A) Grec
(B) Égyptien
(C) Babylonien
(D) Italien
(E) Anglais.

10) Soit la figure :



Pour identifier ce plan, laquelle (lesquelles) de ces notations peut (peuvent) être utilisée(s) ?

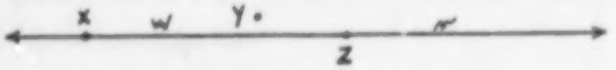
(A) plan XYV
(B) plan XZY
(C) plan (V)
(D) plan XY
(E) plan π
(F) plan XπY

11) Indiquez la lettre de l'énoncé qui respecte la phrase ci-dessous.

Le plan est un terme primitif. Tous les énoncés suivants sont des axiomes du plan sauf :

(A) Par trois points distincts nous pouvons faire passer un plan et un seul.
(B) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent à leur intersection une droite.
(C) Un plan est illimité.
(D) Par un point ou par deux points distincts, nous pouvons faire passer une infinité de plans.

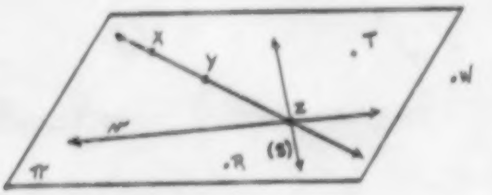
12) Soit la figure:



Choisissez la bonne notation de la droite.

(A) $\overleftrightarrow{XY}$
(B) droite [W]
(C) droite (ν)
(D) $\overleftrightarrow{XZ}$
(E) droite (Z)

13) Soit la figure:



Choisissez l'énoncé qui contient seulement des bonnes notations de ce plan.

(A) plan XYZ, plan TYZ, plan W
(B) plan π, plan TνS, plan XYW
(C) plan TXZ, plan π, plan TRY
(D) plan XRT, plan TZR, plan T$\pi\nu$

14) Quelle série contient uniquement des bonnes notations d'une droite ?

(X) droite AB, ABC, (A), A
(Y) (A), $\overleftrightarrow{AB}$, droite xx', droite a
(Z) droite ABC, xx', a, A
(T) droite A, $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{ABC}$, droite a

15) Laquelle des expressions suivantes qualifie la géométrie élaborée par les Babyloniens et les Egyptiens?

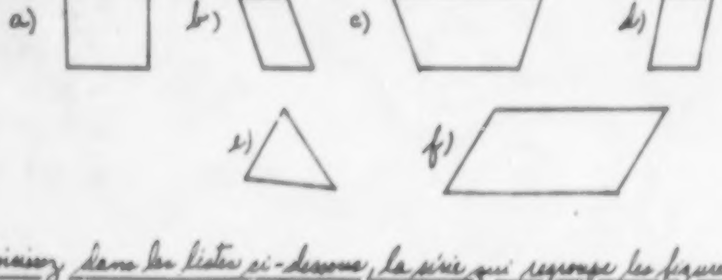
(A) Une géométrie qui s'intéresse uniquement à des problèmes abstraits, sans aucun lien avec la réalité.
(B) Une géométrie dont les énoncés sont justifiés à l'aide d'un enchaînement logique de d'autres énoncés déjà prouvés, d'énoncés primitifs ou de termes primitifs
(C) Une géométrie dont les énoncés sont formulés à partir de constructions de figures, de mesures prises sur les objets ou figures sans souci de justification.
(D) Une géométrie qui s'intéresse à des problèmes quotidiens pour prouver la validité des solutions apportées.

16) Voici une série de figures géométriques

Choisissez, dans la liste ci-dessous, la série qui regroupe uniquement des droites.

(A) a, b
(B) b, c
(C) b, d
(D) e, f
(E) d, f
(F) b, f

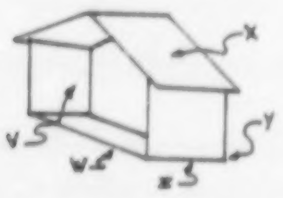
17) Voici une série de figures géométriques:



Choisissez dans les listes ci-dessous, la série qui regroupe les figures respectant la convention de la représentation du plan.

(A) b, d, f
(B) a, c, e
(C) b, d, e
(D) b, c, d
(E) a, b, f
(F) c, d, e

18) Voici l'illustration d'une maison d'oiseaux dont on a enlevé la façade :

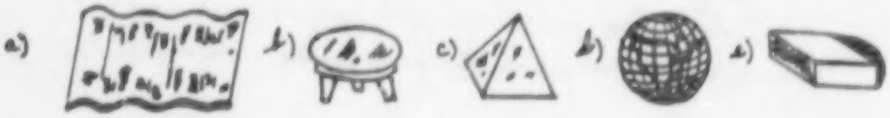


Si x représente une portion du toit, y la rencontre du dessous avec le côté et l'arrière, z la rencontre du côté et du dessous, V l'intérieur de la cabane, W le dessous de la cabane.

Choisissez la série où on joint à chaque lettre l'expression qui convient :

(A) x = portion de plan, y = portion de droite, z = point, V = portion d'espace, W = portion de plan.
(B) x = point, y = point, Z = portion de droite, V = portion d'espace, W = portion de plan.
(C) x = portion de plan, y = point, Z = portion de droite, V = portion de droite, W = portion d'espace
(D) x = portion de plan, y = point, Z = portion de droite, V = portion d'espace, W = portion de plan.

19) Quels objets, parmi ceux illustrés ci-dessous, ont au moins une partie que l'on peut associer à un plan ?



Parmi les choix ci-dessous, vous retenez la (les) série(s) qui se compose(nt) uniquement des objets ayant au moins une partie associable à un plan.

(A) b, d, e
(B) a, b, d
(C) c, d, e
(D) a, b, c
(E) a, b, e
(F) b, c, e

20) Quand des points sont-ils colinéaires ?

21) Donne deux manières de noter (nommer) un plan ?

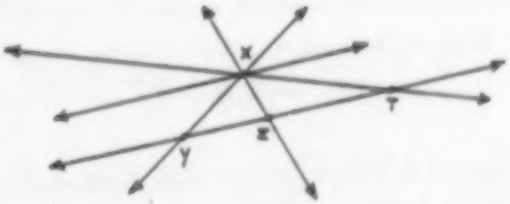
22) On sait que le plan et l'espace sont des termes primitifs. Nomme deux autres termes primitifs

23) Soit la figure:

Lequel des énoncés suivants est illustré par cette figure ?

(A) Par deux points distincts, nous pouvons faire passer une infinité de plans.
(B) Par un point, on peut faire passer une infinité de droites.
(C) Par trois points distincts, non colinéaires, nous pouvons faire passer un plan et un seul.
(D) Par deux points distincts, on peut faire passer une droite et une seule.

24) Soit la figure:



Lequel (lesquels) des énoncés ci-dessous est (sont) appliqué(s) dans cette figure ?

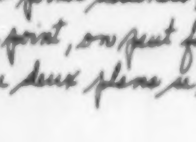
(A) Par deux points distincts, on peut faire passer une droite et une seule.
(B) Par deux points distincts, on peut faire passer une infinité de plans.
(C) Par un point, on peut faire passer une infinité de droites.
(D) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent une droite.

25) Indiquez, sur la feuille-réponse, la lettre qui correspond au nom de la partie encerclée. Tous les noms ne doivent pas nécessairement être utilisés et un même nom peut revenir plus d'une fois. Vous donnez une réponse pour chaque image.

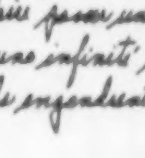
Noms: (A) point
(B) portion de droite
(C) portion de plan
(D) portion d'espace

IMAGES:

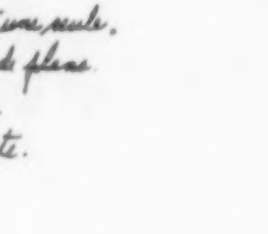
25.1)



25.2)



25.3)



26) Soit la figure :

Gérald voulait tracer l'image d'un plan, lorsqu'il a tracé cette figure. Son dessin n'est pas accepté. Quelles suggestions, parmi celles données ci-dessous, lui permettraient de corriger cette figure pour en faire un plan ?

(A) Prolonger la ligne XT vers la gauche jusqu'en V de manière que le segment VY soit de même longueur que le segment ZT. Effacer la ligne XY.

(B) Mesurer la ligne XT. Prolonger YZ vers la droite de manière d'obtenir un segment de même longueur que XT. Tracer un segment qui joint T au point final du prolongement de YZ. Effacer la ligne ZT.

(C) Mesurer la ligne YZ. Porter sur la ligne XT, en partant de X, une longueur égale à YZ et l'indiquer par un point. Lier ce point de XT à Z par une portion de droite. Effacer ZT et la partie de XT qui dépasse la longueur de YZ.

27) Soit le rectangle ci-dessous dont la mesure de deux côtés est indiquée

27.1) Calcule le périmètre du rectangle

27.2) Calcule l'aire du rectangle

Nom: ______________________ Groupe ____________

FEUILLE DE RÉPONSES

1) →

2) →

3) ______________________

4) ______________________

5) ______________________

6) ______________________

7) ______________________

8) ______________________

9) ______________________

10) ______________________

11) ______________________

12) ______________________

13) ______________________

14) ______________________

15) ______________________

16) ______________________

17) ______________________

18) ______________________

19) ______________________

20) ______________________
____

21) ______________________
____

22) ______________________

23) ______________________

24) ______________________

25.1) ______________________
25.2) ______________________
25.3) ______________________

26) ______________________

27.1) ______________________
____
____
____

27.2) ______________________
____
____
____

POST-TEST 320

(rythme 2)

Nom: ______________________________

REMARQUES:

> Dans ce type d'examen, vous répondez toujours sur les feuilles de réponses, à la fin du questionnaire. Le professeur vous les indiquera. Lorsqu'il y a un choix de symbole(s) correspondant à votre réponse, attention de choisir le(s) bon(s) symbole(s).

Vous rencontrerez différents types de questions. Nous vous présentons des exemples de questions.

→ La partie encadrée, au bas de cette feuille, représente la feuille de réponses ←

1→ Parfois, vous devez écrire une définition, une propriété.

1) Qu'est-ce qu'un exposant ?

2→ Parfois, vous devez compléter une phrase

2) Quand on ______________ une base par elle-même, on garde la même base et on soustrait les exposants qui affectent cette base dans la donnée.

3→ Parfois, vous devez choisir entre plusieurs énoncés. Vous donnez alors comme réponse la (les) majuscule(s) qui précède(nt) l'énoncé (les énoncés) choisi(s).

3) La valeur du quotient de $81 \div 3^2$, en base 3, sera:

(A) 27^{-1} (B) 3^6 (C) 3^8 (D) 3^2

4→ Parfois, vous devez faire un choix parmi différentes possibilités suggérées. Selon les directives, vous placez un X sur la (les) lettre(s) qui correspond(ent) à votre choix.

4) Voici une liste d'énoncés

a) tout nombre différent de 0 et affecté de l'exposant 0 donne une puissance égale à 1.

b) quand on multiplie une base par elle-même, on garde la même base et on additionne les exposants qui affectent cette base dans la donnée.

c) quand on divise une base par elle-même, on garde la même base et on soustrait les exposants qui affectent cette base dans la donnée.

Parmi ces énoncés, ceux qui s'appliquent dans la solution de: $\left[\frac{(3^2)(3^5)}{3^3}\right]$

(A) a, b (B) a, c (C) b, c (D) a, b, c

FEUILLE DE RÉPONSES

1) ____

____

2) ______________________

3) ______________________

4) A B C D

* Vous n'écrivez pas sur le questionnaire. Toute réponse apparaît sur la feuille de réponses.

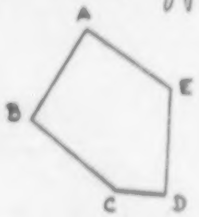
* Détachez la (les) feuille(s) de réponses, indiquez votre nom et commencez l'examen.

Bonne Chance !

Pour les vingt-quatre prochaines questions, vous indiquez seulement la lettre correspondant à votre choix sur la feuille de réponses apparaissant à la fin.

1) Choisis la bonne réponse

Quel nom donne-t-on à la mesure obtenue en additionnant la longueur de chacun des côtés de la figure ci-dessous?



(A) Périmètre
(B) Pentagone
(C) Circonférence
(D) Aire.

2) Voici quelques figures géométriques.

Choisis le bon mot:

Les portions de ces figures que nous avons lignées ou hachurées s'appellent des: ____________

(A) Circonférences
(B) Cubes
(C) Surfaces
(D) Pyramides
(E) Carrés
(F) triangles

3) Soit la figure.

Lequel des noms ci-dessous convient à cette figure?

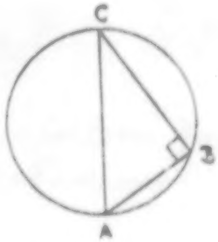
(A) Hexagone régulier
(B) Pentagone
(C) Quadrilatère
(D) Rectangle
(E) Hexagone
(F) Pentagone régulier

4) Complète la phrase suivante à l'aide d'un des choix proposés.

Des figures dont tous les côtés sont formés de segments congrus et dont tous les angles sont aussi congrus entre eux se nomment: ____________

(A) Rectangle
(B) Pentagone
(C) Triangle
(D) Polygone régulier
(E) Polygone
(F) Polygone inscrit

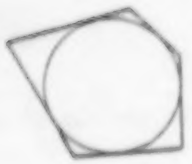
5) Soit la figure:



Choisis le nom qui convient au segment AC

(A) Hypoténuse
(B) Rayon
(C) Hauteur
(D) Côté de l'angle droit

6) Soit la figure



Lequel des noms ci-dessous pouvons-nous donner à cette figure? Indique la lettre correspondant à ton choix.

(A) Pentagone inscrit
(B) Hexagone circonscrit
(C) Pentagone circonscrit
(D) Hexagone inscrit
(E) Hexagone

7) Lequel des choix ci-dessous correspond à cette définition? Tu indiques la lettre correspondant à ton choix.

DÉFINITION: Ce sont des mots que l'on ne définit pas et qui servent de base à l'élaboration d'une science.

CHOIX POSSIBLES: (A) Axiomes
(B) Théorèmes
(C) Systèmes déductifs
(D) Définitions
(E) Termes primitifs

8) Choisis le mot qui convient:

Une surface dont tous les points peuvent toujours être en contact avec ceux d'une règle est une surface: ______________

(A) courbe
(B) linéaire
(C) arrondie
(D) polie
(E) plane

9) Choisis le bon nombre.

Quelle valeur les Égyptiens avaient-ils obtenu pour le rapport $\left(\frac{C}{D}\right)$ ou π ?

(A) 3

(B) 3,1416

(C) $3\frac{10}{71}$

(D) $\left(\frac{16}{9}\right)^2$

10) Choisis la réponse parmi les possibilités offertes ci-dessous

Quel peuple, d'après les recherches des spécialistes, fut à l'origine de la science appelée géométrie ?

(A) Grec
(B) Pythagoricien
(C) Babylonien
(D) Égyptien
(E) Euclidien

11) Parmi les possibilités offertes, choisis celle qui répond à la question

Le nombre π (ou encore le rapport $\frac{C}{D}$) représente:

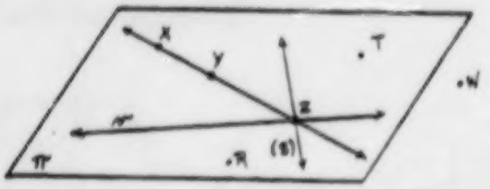
(A) Le nombre obtenu en divisant le cercle par son diamètre
(B) Le nombre obtenu en divisant le cercle par la mesure de la diagonale du polygone inscrit.
(C) Le nombre obtenu en divisant la circonférence par la mesure du diamètre.
(D) Le nombre obtenu en divisant le cercle par la mesure de la diagonale du polygone circonscrit.

12) Parmi les réponses suivantes, choisis celle qui répond à la question. Encercle la lettre correspondant à ton choix.

Quel fut le premier peuple à justifier ou prouver les formules qu'il utilisait?

(A) Anglais
(B) Grec
(C) Babylonien
(D) Égyptien

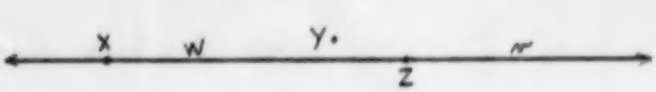
13) Soit la figure:



Choisis l'énoncé qui contient seulement des bonnes notations de ce plan.

(A) plan XYZ, plan TYZ, plan W
(B) plan π, plan TrS, plan XYW
(C) plan TXZ, plan π, plan TRY
(D) plan XRT, plan TZR, plan Tπr

14) Soit la figure:



Choisis la bonne notation de la droite

(A) $\overleftrightarrow{XW}$
(B) droite [W]
(C) droite (r)
(D) XZ
(E) droite r
(F) Zr

15) Laquelle des expressions suivantes qualifie la géométrie élaborée par les Babyloniens et les Égyptiens ?

(A) Une géométrie qui s'intéresse uniquement à des problèmes abstraits, sans aucun lien avec la réalité et dans le seul but de faire progresser la science.
(B) Une géométrie dont les énoncés sont justifiés à l'aide d'un enchaînement logique de d'autres énoncés déjà prouvés, d'énoncés primitifs ou de termes primitifs.
(C) Une géométrie dont les énoncés sont formulés à partir de constructions de figures, de mesures prises sur les objets ou figures sans souci de justification.
(D) Une géométrie qui s'intéresse à des problèmes quotidiens pour prouver la validité des solutions apportées.

16) Voici une série de figures géométriques

Choisis, dans la liste de réponses, celle qui regroupe uniquement des droites

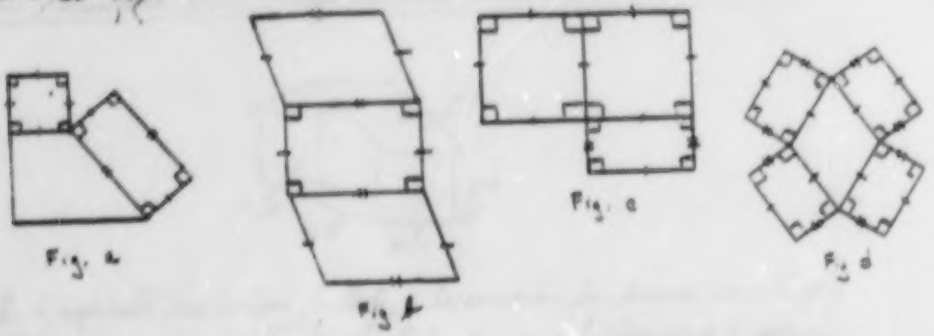
(A) a, b
(B) b, c
(C) b, d
(D) e, f
(E) d, f
(F) b, f

17) Indique la lettre correspondant à ton choix :

S'ils connaissaient le rayon d'un cercle, les Grecs en calculaient la circonférence en :

(A) multipliant le rayon par π.
(B) multipliant le carré du rayon par π.
(C) multipliant la moitié du rayon par π.
(D) multipliant le double du rayon par π.
(E) multipliant le rayon par le diamètre.

18) Soient les figures:



Laquelle de ces figures est composée seulement de rectangles? Tu donnes la bonne lettre.

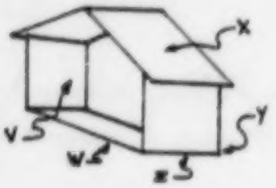
(A) figure b
(B) figure d
(C) figure a
(D) figure c

19) Soit la figure:

Lequel des polygones inscrits a son périmètre qui se rapproche le plus de la circonférence? Tu choisis la bonne lettre.

(A) Le triangle
(B) Le carré
(C) Le rectangle
(D) L'hexagone.

20) <u>Voici l'illustration d'une maison d'oiseaux dont on a enlevé la façade:</u>



Si X représente une portion du toit, Y la rencontre du dessous avec le côté et l'arrière, Z la rencontre du côté et du dessous, V l'intérieur de la cabane, W le dessous de la cabane.

<u>Choisissez la série où on joint à chaque lettre l'expression qui convient:</u>
<u>(tu indiques la bonne lettre sur la feuille de réponses)</u>

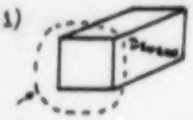
(A) X = portion de plan, Y = portion de droite, Z = point, V = portion d'espace, W = portion de plan.
(B) X = point, Y = point, Z = portion de droite, V = portion d'espace, W = portion de plan.
(C) X = portion de plan, Y = point, Z = portion de droite, V = portion de droite, W = portion d'espace
(D) X = portion de plan, Y = point, Z = portion de droite, V = portion d'espace, W = portion de plan.

21) Indique, sur la feuille de réponses, la lettre qui correspond au nom de la partie encerclée. Tous les noms ne doivent pas nécessairement être utilisés et un même nom peut revenir plus d'une fois. <u>Tu donnes une réponse pour chaque image.</u>

<u>NOMS:</u> (A) point (C) portion de plan
(B) portion de droite (D) portion d'espace

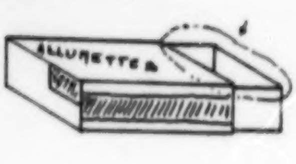
<u>IMAGES:</u>

21.1)



21.2)

21.3)



21.4)

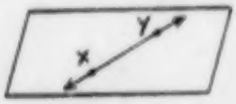
21.5)

22) Parmi les procédés suggérés, choisis celui qui convient.

Pour obtenir l'aire d'un rectangle:

(A) On multiplie la longueur du petit côté par la longueur du grand côté.
(B) On additionne la longueur du petit côté et celle du grand côté. On double cette somme.
(C) On multiplie la longueur du grand côté par quatre.
(D) On élève la mesure du grand côté au carré et on multiplie ce résultat par π.

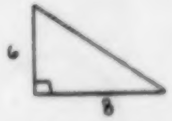
23) Soit la figure:



Lequel des énoncés suivants est illustré par cette figure? tu indiques la lettre.

(A) Par deux points distincts, nous pouvons faire passer une infinité de plans.
(B) Par un point, on peut faire passer une infinité de droites.
(C) Par trois points distincts, non colinéaires, nous pouvons faire passer un plan et un seul.
(D) Par deux points distincts, on peut faire passer une droite et une seule.

24) Soit le triangle rectangle ci-contre. La mesure des côtés est portée sur la figure.



La mesure du troisième côté sera: (tu indiques la lettre de la bonne réponse)

(A) 14
(B) $\sqrt{14}$
(C) 100
(D) 10
(E) $\sqrt{28}$

Pour les douze prochaines questions, <u>vous placez un X</u>, pour chaque question, <u>sur la(les) lettre(s) qui correspond(ent) à votre choix de réponse</u>. Vous répondez toujours sur la feuille de réponse.

25) <u>Soient les figures.</u>

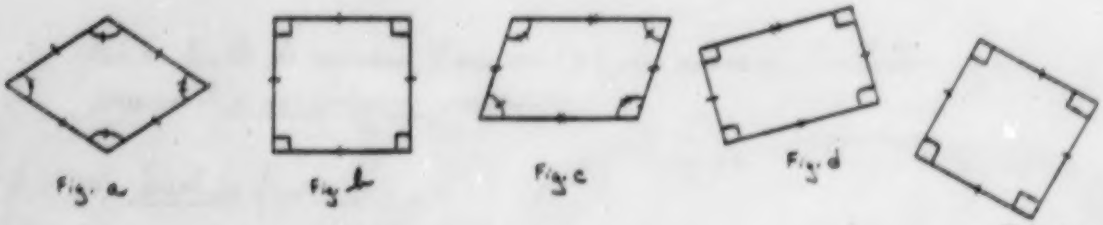


Fig. a Fig. b Fig. c Fig. d Fig. e

Lesquelles de ces figures sont des rectangles? Tu choisis la lettre qui correspond à la liste contenant seulement des rectangles.

(A) Figure a, figure c, figure d
(B) Figure d, figure e, figure b
(C) Figure c, figure d, figure e
(D) Figure b, figure c, figure d
(E) Figure b, figure c, figure e

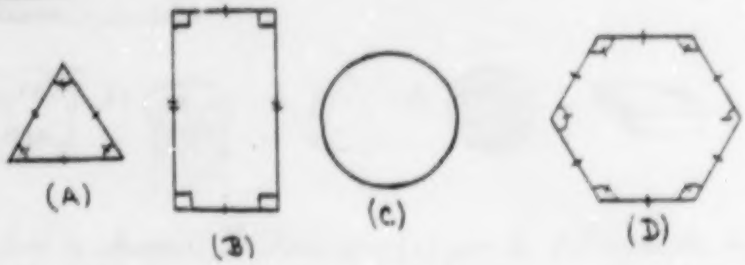
26) <u>Soient les figures.</u>

Fig. a Fig. b Fig. c Fig. d

Dans quelle(s) figure(s) avons-nous ligné ou hachuré la surface? <u>Tu choisis la lettre correspondant à la bonne réponse.</u>

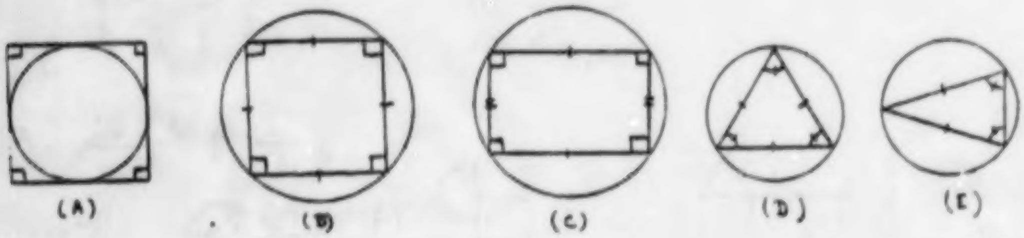
(A) Figure b et figure c
(B) Figure a et figure d
(C) Figure d et figure b
(D) Figure b et figure a
(E) Figure c et figure a
(F) Figure c et figure d

27) <u>Soient les figures:</u>



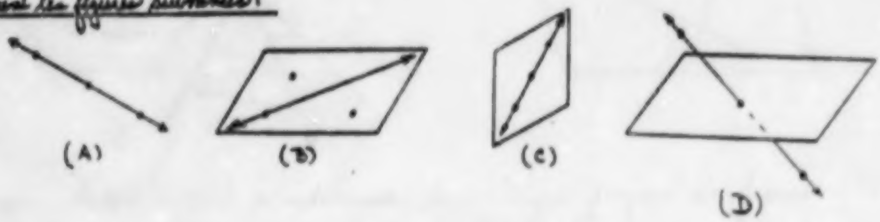
Sur la feuille de réponses, trace un (x) sur chacune des lettres qui correspond <u>à un polygone régulier.</u>

28) <u>Soient les figures:</u>



Sur la feuille de réponses, trace un (x) sur chacune des lettres qui correspond <u>à un polygone régulier inscrit dans un cercle.</u>

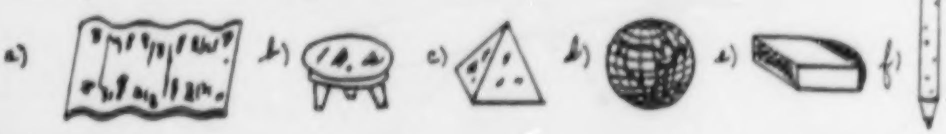
29) <u>Soient les figures suivantes:</u>



Indique, sur la feuille de réponses, <u>la (les) lettre(s) de la (des) figure(s) où on rencontre ces notions conformément à nos conventions. Tu traces un (X) sur chacune de ces lettres. La même figure peut être utilisée plus d'une fois.</u>

29.1) Points colinéaires
29.2) Points coplanaires
29.3) Points colinéaires et coplanaires
29.4) Points coplanaires mais non colinéaires.

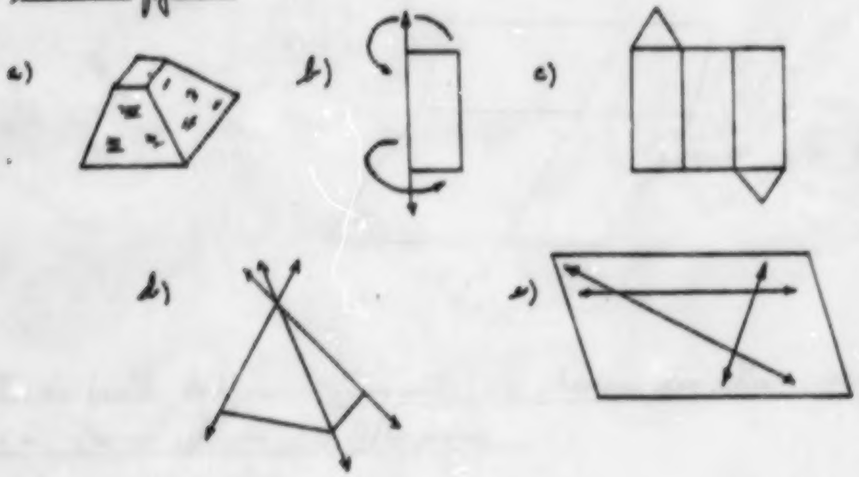
30) Quels objets, parmi ceux illustrés ci-dessous, ont au moins une partie que l'on peut associer à un plan ?



Parmi les choix ci-dessous, tu traces un (x) sur la lettre (ou les lettres) qui correspond(ent) à une série se composant uniquement d'objets ayant au moins une partie associable à un plan. Tu traces ce (x) sur la feuille de réponses.

(A) b, e, f (D) b, c, f
(B) a, b, f (E) a, b, e
(C) c, d, e (F) b, c, e

31) Soient les figures:



Choisis, dans la liste ci-dessous, la série qui propose des figures composées au moins d'une droite. Sur la feuille de réponses, tu traces un (x) sur chaque lettre associée à une telle liste.

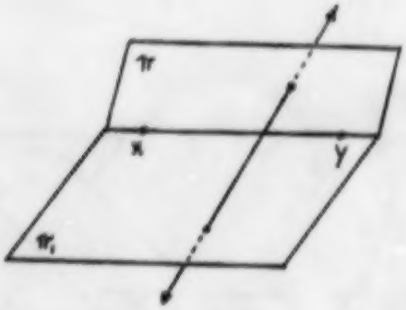
(A) b, d, e (D) c, d, e
(B) b, c, e (E) a, c, d
(C) a, b, c (F) d, c, b

32) Soit la figure:

Sur la feuille de réponse, trace un (X) sur la (les) lettre(s) correspondant à chacun des énoncés appliqués dans cette figure

(A) Par deux points distincts, on peut faire passer une droite et une seule.
(B) Par deux points distincts, on peut faire passer une infinité de plans.
(C) Par un point, on peut faire passer une infinité de droites.
(D) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent une droite.

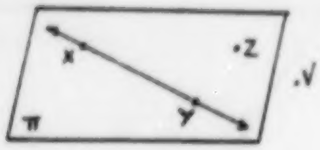
33) Soit la figure.



Sur la feuille de réponse, trace un (X) sur chacune des lettres correspondant à un énoncé illustré par cette figure.

(A) Par deux points, on peut faire passer plus d'un plan.
(B) Par deux points, on peut faire passer une droite et une seule.
(C) Par trois points non en ligne droite, on peut faire passer un plan et un seul.
(D) Par un point, on peut faire passer plus d'une droite.

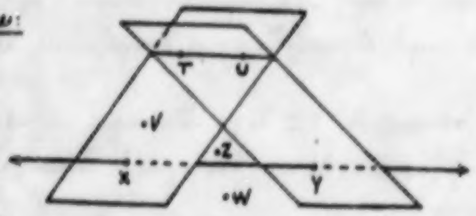
34) Soit la figure



Pour identifier ce plan, laquelle (lesquelles) de ces notations peut (peuvent) être utilisées? <u>Tu traces un (x) sur la (les) lettre (s) correspondant à ton choix sur la feuille de réponses.</u>

(A) plan XZY
(B) plan XYV
(C) plan V
(D) plan XY
(E) plan π
(F) plan X π Y

35) <u>Soit la figure:</u>

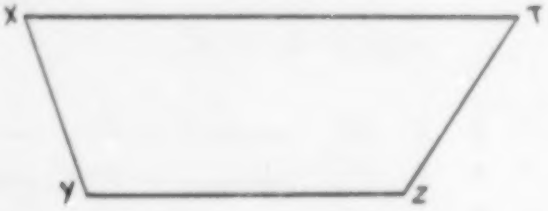


<u>Nous rencontrons, dans cette figure, deux plans.</u>

Quel (s) énoncé (s), parmi ceux donnés ci-dessous, peut (peuvent) m'aider à trouver ce nombre de plans? <u>Tu traces un (x) sur la (les) lettre (s) correspondant à ton choix.</u>

(A) Comme trois points non colinéaires déterminent un plan, alors je compte les points et je divise par trois.
(B) Chaque fois que j'ai une droite, j'ai deux plans qui se rencontrent. Alors, je calcule le nombre de droites et je multiplie ce nombre par deux.
(C) L'image d'un plan est composée de quatre portions de droites. Je compte alors le nombre de portions de droites et je divise par quatre.
(D) Un plan est représenté par un parallélogramme, alors je regarde s'il y a des parallélogrammes et j'en calcule le nombre.

36) Soit la figure:



Gérald voulait tracer l'image d'un plan, lorsqu'il a tracé cette figure. Son dessin n'est pas accepté. __Quelles suggestions, parmi celles données ci-dessous, lui permettraient de corriger cette figure pour en faire l'image d'un plan? Tu places un (X) sur la (les) lettre(s) correspondant à ton choix (sur la feuille de réponses).__

(A) Prolonger la ligne XT vers la gauche jusqu'en V de manière que le segment VY soit de même longueur que le segment ZT. Effacer la ligne XY.

(B) Mesurer la ligne XT. Prolonger YZ vers la droite de manière d'obtenir un segment de même longueur que XT. Tracer un segment qui joint T au point final du prolongement de YZ. Effacer la ligne ZT.

(C) Prolonger les segments XY et ZT de manière qu'ils se rencontrent en V. Effacer ensuite le segment YZ de même que Y et Z.

(D) Mesurer le segment YZ. Porter sur la ligne XT, en partant de X, une longueur égale à YZ et l'indiquer par un point. Lier ce point de XT à Z par une portion de droite. Effacer ZT et la partie de XT qui dépasse la longueur de YZ.

Nom: ____

Feuille de réponses

1) ____________
2) ____________
3) ____________
4) ____________
5) ____________
6) ____________
7) ____________
8) ____________
9) ____________
10) ____________
11) ____________
12) ____________
13) ____________
14) ____________
15) ____________
16) ____________
17) ____________
18) ____________

19) ____________
20) ____________
21.1) ____________
21.2) ____________
21.3) ____________
21.4) ____________
21.5) ____________
22) ____________
23) ____________
24) ____________

25) A B C D E
26) A B C D E F
27) A B C D
28) A B C D E
29.1) A B C D
29.2) A B C D
29.3) A B C D
29.4) A B C D
30) A B C D E F
31) A B C D E F
32) A B C D
33) A B C D
34) A B C D E F
35) A B C D
36) A B C D

AN		MOIS		Gr	Sexe	No Sig.	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21.1	21.2	21.3	21.4	21.5	22	23	24

25						
26						
27						
28						
29						
30						
[illegible]						

33						
34						
35						
36						
[illegible]						
[illegible]						
[illegible]						

Nom: ______________________

Pour les quatre prochaines questions, vous placez les lettres correspondant aux énoncés dans l'ordre qui satisfait la question posée.

37) Voici quatre phrases qui donnent les grandes étapes, suivies par l'humanité, pour arriver à établir la valeur de π que nous connaissons aujourd'hui. Ces phrases sont données en désordre. Tu indiques, à l'aide des lettres qui précèdent ces phrases, l'ordre dans lequel on devrait les lire pour qu'elles correspondent au cheminement de l'humanité.

(A) À l'aide d'un arc de cercle et d'une tangente, puis grâce aux séries, on obtient plus rapidement une valeur de π.

(B) On inscrit et on circonscrit des polygones réguliers qui ont le plus grand nombre de côtés possible. On se fait une obligation de justifier chacun des énoncés formulés que l'on utilise pour calculer le périmètre de ces polygones. On divise les périmètres des polygones inscrits et circonscrits par le diamètre.

(C) On trouve la circonférence et le diamètre d'un cercle en employant des objets d'utilité quotidienne. Ensuite, π correspond au nombre de fois que le diamètre est contenu dans la circonférence.

(D) On établit l'aire du cercle à partir du calcul de l'aire de l'octogone. L'aire du cercle obtenue, on établit la valeur de π.

38) Les phrases suivantes ne sont pas présentées selon le cheminement suivi par les Babyloniens pour trouver une valeur de "$\frac{C}{D}$". Lis-les et indique ensuite dans quel ordre elles devraient être placées, si on veut qu'elles correspondent à la démarche des Babyloniens.

(A) Les Babyloniens ont superposé une corde sur le cercle pour en trouver la circonférence.

(B) Les Babyloniens ont choisi une branche bien droite et d'une longueur égale au diamètre du cercle.

(C) Les Babyloniens ont choisi une surface de sable plane.

(D) Les Babyloniens ont établi le nombre de fois que la branche était contenue dans la circonférence.

(E) Les Babyloniens ont tracé un cercle dans le sable.

39) Les phrases suivantes ne sont pas présentées selon un ordre logique. Lis-les et indique ensuite dans quel ordre elles devraient être placées si on veut qu'elles correspondent au développement réel de notre travail.

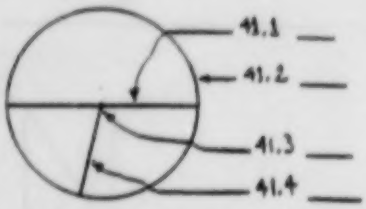
(A) Nous nous sommes intéressé à la démarche suivie par les Babyloniens pour établir une valeur de π.
(B) Nous avons constaté que la justification des preuves exigeait la présence d'une mathématique axiomatisée (termes primitifs, axiomes, ...)
(C) Nous avons apporté une attention spéciale au calcul de π par Archimède en remarquant son habileté à justifier son travail.
(D) Nous avons abordé la méthode préconisée par les Egyptiens pour trouver une valeur de π et avons constaté une certaine supériorité sur leurs prédécesseurs.
(E) Nous avons essayé de suivre l'évolution que subira l'axiomatique d'Euclide.

40) Les phrases suivantes ne sont pas présentées selon un ordre logique. Lis-les et indique ensuite dans quel ordre elles devraient être placées, si on veut qu'elles correspondent au développement réel de la géométrie.

(A) Les Grecs calculent non seulement l'aire des figures planes et le volume des solides, mais ils prouvent logiquement leur démarche.
(B) L'homme s'intéressa très tôt à la mesure de l'aire des terrains à cause des impôts ou chercha à fixer les dimensions des temples pour la solidité et l'apparence. Il jouissait, cependant, de peu de moyens pour y arriver.
(C) Les Egyptiens pouvaient évaluer l'aire des figures planes et certains volumes tout en calculant le rapport de la base horizontale de la pyramide à sa hauteur. Ils ne s'intéressaient pas à la preuve de leurs énoncés.
(D) Les Babyloniens maîtrisaient certaines techniques de mesure des figures planes. Ils calculaient avec exactitude l'aire d'un triangle, celle d'un trapèze. Ils connaissaient aussi le théorème de Pythagore.

Pour les six prochaines questions, vous répondez en vous limitant à l'espace prévu sur la feuille de réponse.

41) Soit la figure :



Voici une liste de noms : Cercle, Rayon, Diamètre, Circonférence, Corde, Centre.

Sur la feuille de réponse écris, face au numéro, le nom qui convient parmi ceux donnés plus haut. Un même mot ne peut pas être utilisé plus d'une fois et un mot peut ne pas être choisi.

42) Voici la définition d'une tangente à un cercle.

Une tangente à un cercle est une droite, tracée dans le même plan, qui touche le cercle en un seul point.

Dans cette définition, quels sont les termes primitifs que nous retenons?

43) Quand des points sont-ils coplanaires?

44) Quels sont les quatre éléments qu'une mathématique axiomatisée nécessite?

45) Donne deux manières de noter (nommer) un plan.

46) Donne trois manières de nommer une droite.

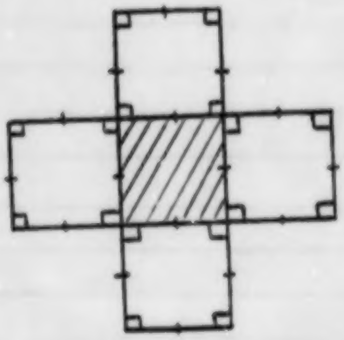
(suite, verso!)

Pour les trois prochaines questions, élaborez les solutions dans les espaces prévus à cette fin sur la feuille de réponses. <u>Vous devez identifier clairement votre réponse.</u>

47) <u>Soit la figure:</u>

Voici un rectangle ABCD que l'on a coupé en deux parties égales à l'aide du segment AC. Si l'aire du rectangle est de 48 mètres carrés et si le petit côté AD mesure 6 m; trouve la mesure du segment AC.

48) <u>Soit la figure:</u>



Le périmètre de cette figure est de 84 centimètres. Trouve le périmètre de la portion hachurée de cette figure?

49) Sachant que l'aire de ce rectangle est de 6 mètres carrés

et l'aire de ce triangle est de 1 mètre carré, trouve l'aire

de ce parallélogramme.

Nom: ________________________

FEUILLE DE RÉPONSES

37) ___ ___ ___ ___

38) ___ ___ ___ ___ ___

39) ___ ___ ___ ___ ___

40) ___ ___ ___ ___

41.1) ________________

41.2) ________________

41.3) ________________

41.4) ________________

42) ____

43) ____

44) ____

45) ____
____

46) ____
____
____

47) ____
____
____
____

48) ____
____
____
____

49) ____
____
____
____

37					
38					
39					
40					

41.1	41.2	41.3	41.4	42	43	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	48	49

POST-TEST 330

(rythme 3)

NOM: ______________________________

REMARQUES:

Dans ce type d'examen vous répondez toujours sur les feuilles de réponses, à la fin du questionnaire. Le professeur vous les indiquera. Lorsqu'il y a un choix de symbole(s) correspondant à votre réponse, attention de choisir le(s) bon(s) symbole(s).

Vous rencontrerez différents types de questions. Nous vous présentons des exemples de questions.

→ La partie encadrée, au bas de cette feuille, représente la feuille de réponses ←

1→ Parfois, vous devez écrire une définition, une propriété.

1) Qu'est-ce qu'un exposant?

2→ Parfois, vous devez compléter une phrase

2) Quand on ______________ une base par elle-même on garde la même base et on soustrait les exposants qui affectent cette base dans la donnée.

3→ Parfois, vous devez choisir entre plusieurs énoncés. Vous donnez alors comme réponse la (les) majuscule(s) qui précède(nt) l'énoncé (les énoncés) choisi(s).

3) La valeur du quotient de $81 \div 3^2$, en base 3, sera:

(A) 27^{-1} (B) 3^6 (C) 3^8 (D) 3^2

4→ Parfois, vous devez faire un choix parmi différentes possibilités suggérées. Selon les directives, vous placez un X sur la (les) lettre(s) qui correspond(ent) à votre choix.

4) Voici une liste d'énoncés

a) tout nombre différent de 0 et affecté de l'exposant 0 donne une puissance égale à 1.

b) quand on multiplie une base par elle-même, on garde la même base et on additionne les exposants qui affectent cette base dans la donnée.

c) quand on divise une base par elle-même, on garde la même base et on soustrait les exposants qui affectent cette base dans la donnée

Parmi ces énoncés, ceux qui s'appliquent dans la solution de: $\left[\frac{(3^2)(3^5)}{3^3}\right]$

(A) a, b (B) a, c (C) b, c (D) a, b, c

FEUILLE DE RÉPONSES

1) ____

____

2) ______________________

3) ______________________

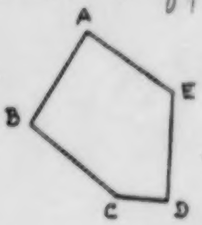
4) A B C D

- Vous n'écrivez pas sur le questionnaire. Toute réponse apparaît sur la feuille de réponses.
- Détachez la (les) feuille(s) de réponses, indiquez votre nom et commencez l'examen.

Pour les vingt-sept premières questions, vous n'écrivez seulement la lettre correspondant à votre choix sur la feuille de réponses apparaissant à la fin.

1) Choisis la bonne réponse

Quel nom donne-t-on à la mesure obtenue en additionnant la longueur de chacun des côtés de la figure ci-dessous?



(A) Périmètre
(B) Pentagone
(C) Circonférence
(D) Aire.

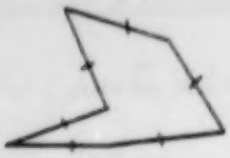
2) Voici quelques figures géométriques:

Choisis le bon mot:

Les portions de ces figures que nous avons lignées ou hachurées s'appellent des: ________________

(A) Circonférences
(B) Cubes
(C) Surfaces
(D) Pyramides
(E) Carrés
(F) Triangles

3) Soit la figure:



Lequel des noms ci-dessous convient à cette figure?

(A) Hexagone régulier
(B) Pentagone
(C) Hexagone inscrit
(D) Polygone inscrit
(E) Hexagone
(F) Heptagone

4) Complète la phrase suivante à l'aide d'un des choix proposés.

Des figures dont tous les côtés sont formés de segments congrus et dont tous les angles sont aussi congrus entre eux se nomment: ______

(A) Rectangle
(B) Pentagone
(C) triangle
(D) Polygone régulier
(E) Polygone
(F) Polygone inscrit

5) Soit la figure:

Choisis le nom qui convient au segment AC

(A) Hypoténuse
(B) Rayon
(C) Hauteur
(D) Côté de l'angle droit

6) Indique la lettre correspondant à ton choix.

Laquelle des formules suivantes définit un énoncé primitif (axiome) ?

(A) C'est un énoncé qui doit être prouvé à partir de définitions de termes primitifs et de théorèmes.
(B) C'est un énoncé qui décrit une propriété d'un terme primitif et que l'on accepte sans démonstration.
(C) C'est un mot que l'on ne définit pas et qui sert de base à l'élaboration d'une science.
(D) C'est un énoncé formulé par les Babyloniens et inscrit, par ces derniers, sur des tablettes de terre cuite.

7) Choisis le mot qui convient :

Une mathématique élaborée en utilisant des termes primitifs, des axiomes, des définitions et des théorèmes est une mathématique: ______________

(A) intuitive
(B) primitive
(C) axiomatisée
(D) définitive

8) Choisis le mot qui convient :

Une surface dont tous les points peuvent toujours être en contact avec ceux d'une règle est une surface: ______________

(A) courbe
(B) linéaire
(C) arrondie
(D) polie
(E) plane

9) <u>Choisis le bon nombre.</u>

Quelle valeur les Égyptiens avaient-ils obtenu pour le rapport $\left(\frac{C}{D}\right)$ ou π ?

(A) 3
(B) 3,1416
(C) $3\frac{10}{71}$
(D) $\left(\frac{16}{9}\right)^2$

10) <u>Choisis la réponse parmi les possibilités offertes ci-dessous</u>

Quel peuple, d'après les recherches des spécialistes, fut à l'origine de la science appelée géométrie ?

(A) Grec
(B) Pythagoricien
(C) Babylonien
(D) Égyptien
(E) Euclidien

11) <u>Parmi les possibilités offertes, choisis celle qui [illegible]</u>

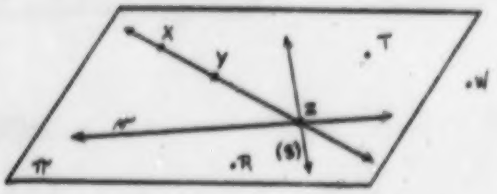
Le nombre π (ou encore le rapport $\frac{C}{D}$) représente :

(A) Le nombre obtenu en divisant le cercle par son diamètre
(B) Le nombre obtenu en divisant le cercle par la mesure de la diagonale du polygone inscrit.
(C) Le nombre obtenu en divisant la circonférence par la mesure du diamètre.
(D) Le nombre obtenu en divisant le cercle par la mesure de la diagonale du polygone circonscrit.

12) Le plan est un terme primitif. Tous les énoncés suivants sont des axiomes du plan, sauf: ______________

(A) Par trois points distincts, nous pouvons faire passer un plan et un seul.
(B) Lorsque deux plans se rencontrent, ils se coupent selon une ligne droite.
(C) Un plan est illimité.
(D) Par un point ou par deux points distincts, nous pouvons faire passer une infinité de plans.

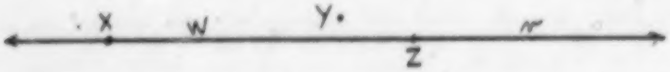
13) Soit la figure:



Choisis l'énoncé (les énoncés) qui contient (nent) une seule bonne notation de ce plan.

(A) plan XYZ, plan TYZ, plan π
(B) plan W, plan TrS, plan TYW
(C) plan TXZ, plan π, plan TRY
(D) plan XRT, plan TZR, plan Tπr
(E) plan ZTW, plan RTX, plan π.

14) Soit la figure:



Choisis la bonne notation de la droite

(A) $\overleftrightarrow{XW}$
(B) droite [W]
(C) droite (r)
(D) XZ
(E) droite r
(F) Zr

15) Laquelle des expressions suivantes qualifie la géométrie élaborée par les Babyloniens et les Egyptiens?

(A) Une géométrie qui s'intéresse uniquement à des problèmes abstraits, sans aucun lien avec la réalité et dans le seul but de faire progresser la science.
(B) Une géométrie dont les énoncés sont justifiés à l'aide d'un enchaînement logique de d'autres énoncés déjà prouvés, d'énoncés primitifs ou de termes primitifs
(C) Une géométrie dont les énoncés sont formulés à partir de constructions de figures, de mesures prises sur les objets ou figures sans souci de justification.
(D) Une géométrie qui s'intéresse à des problèmes quotidiens pour prouver la validité des solutions apportées.

16) Choisis la bonne réponse

L'axiomatique d'Euclide est une axiomatique expérimentale parce que

(A) c'est une axiomatique qui cherche à établir une correspondance la plus fidèle possible avec un objet de la réalité.
(B) c'est une axiomatique élaborée à la suite de nombreuses expériences effectuées en laboratoire.
(C) c'est une axiomatique dépourvue de tout lien avec la réalité mais respectueuse de certaines règles.
(D) c'est une axiomatique qui ne subira aucune transformation à cause de sa très grande perfection.

17) On a circonscrit à un cercle des polygones réguliers de six, douze, dix-huit et vingt-quatre côtés. Indique lequel de ces polygones aura un périmètre qui se rapprochera le plus de la circonférence. Tu choisis la lettre qui correspond à ta réponse.

(A) polygone régulier à vingt-quatre côtés
(B) polygone régulier à douze côtés
(C) polygone régulier à six côtés
(D) polygone régulier à dix-huit côtés.

18) Soient les figures:

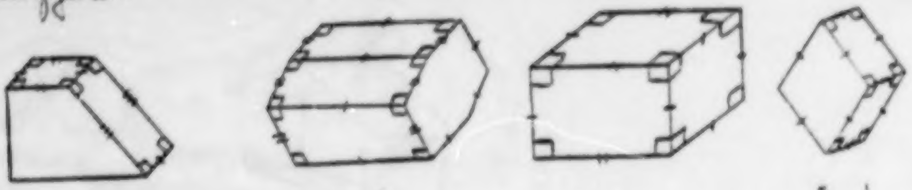
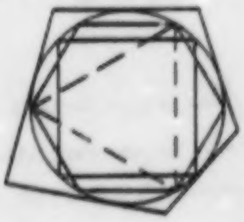


Fig. a Fig. b Fig. c Fig. d

Laquelle de ces figures est composée seulement de rectangles ? (Les faces cachées sont identiques à celles que l'on voit). Tu donnes la bonne lettre.

(A) figure b
(B) figure d
(C) figure a
(D) figure c

19) Soit la figure:



Choisis la bonne lettre

Lequel des polygones inscrits à un périmètre qui se rapproche le plus de la circonférence.

(A) Le triangle
(B) Le pentagone
(C) Le carré
(D) L'hexagone

20) <u>Voici l'illustration d'une maison d'oiseaux dont on a enlevé la façade :</u>

Si x représente une portion du toit, y la rencontre du dessous avec le côté et l'arrière, z la rencontre du côté et du dessous, V l'intérieur de la cabane, W le dessous de la cabane.

<u>Choisissez la série où on joint à chaque lettre l'expression qui convient :</u>

(A) x = portion de plan, y = portion de droite, z = point, V = portion d'espace, W = portion de plan.
(B) x = point, y = point, z = portion de droite, V = portion d'espace, W = portion de plan.
(C) x = portion de plan, y = point, z = portion de droite, V = portion de droite, W = portion d'espace
(D) x = portion de plan, y = point, z = portion de droite, V = portion d'espace, W = portion de plan.

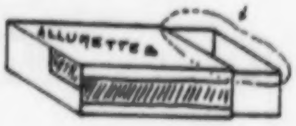
21) Indique, sur la feuille de réponses, la lettre qui correspond au nom de la partie encerclée. Tous les noms ne doivent pas nécessairement être utilisés et un même nom peut revenir plus d'une fois. <u>Tu donnes une réponse pour chaque image.</u>

<u>Noms:</u> (A) point
(B) portion de droite
(C) portion de plan
(D) portion d'espace

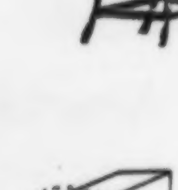
<u>Images:</u>

21.1)

21.2)



21.3)



21.4)

21.5)

22) <u>Choisis la bonne réponse.</u>

Qu'est-ce qui distingue la démarche mathématique préconisée par les Grecs de celle proposée par les Egyptiens ou les Babyloniens?

(A) Les Egyptiens et les Babyloniens donnaient toujours les raisons justifiant leur démarche tandis que les Grecs ne s'en souciaient pas.

(B) Les Egyptiens et les Babyloniens s'intéressaient à la géométrie alors que les Grecs n'y portaient pas une attention particulière.

(C) Les Grecs justifiaient souvent leur démarche en citant les solutions proposées par d'autres Grecs sans être capables de justifier ces solutions.

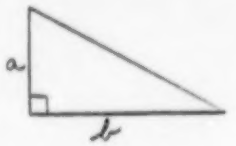
(D) Les Grecs donnaient toujours les raisons qui justifiaient leur démarche tandis que les Egyptiens et les Babyloniens ne s'en souciaient pas.

23) Parmi les procédés suggérés, <u>choisis celui qui convient</u>.

<u>Pour obtenir l'aire d'un rectangle</u>:

(A) On multiplie la longueur du petit côté par la longueur du grand côté.
(B) On additionne la longueur du petit côté et celle du grand côté. On double cette somme.
(C) On multiplie la longueur du grand côté par quatre.
(D) On élève la mesure du grand côté au carré et on multiplie ce résultat par π.

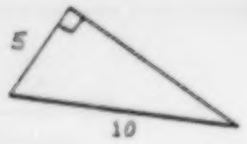
24) Soit le triangle rectangle (ci-contre) dont la mesure est indiquée par les lettres "a" et "b".



<u>La mesure du plus grand côté sera donné par</u>: (<u>tu choisis la réponse</u>)

(A) $a^2 + b^2$
(B) $b^2 - a^2$
(C) $\sqrt{a + b}$
(D) $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$
(E) [illegible]

25) Soit le triangle rectangle ci-contre. La mesure de deux côtés est portée sur la figure.



La mesure du troisième côté sera: (tu indiques la lettre de la bonne réponse)

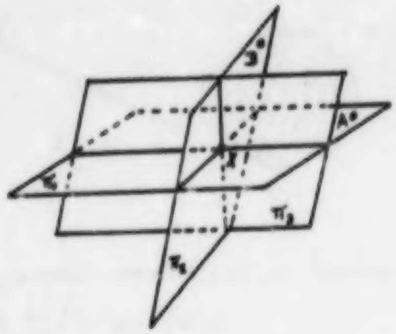
(A) 25
(B) $\sqrt{5}$
(C) $\sqrt{15}$
(D) $5\sqrt{3}$
(E) $5\sqrt{5}$

26) Indique le choix qui convient.

S'ils connaissaient la mesure du rayon d'un cercle, les Grecs en calculaient la circonférence en:

(A) multipliant la mesure du rayon par π.
(B) multipliant le carré du rayon par π.
(C) multipliant la moitié de la mesure du rayon par π.
(D) multipliant la mesure du rayon par la mesure du diamètre.
(E) multipliant le double de la mesure du rayon par π.

27) Soit la figure:

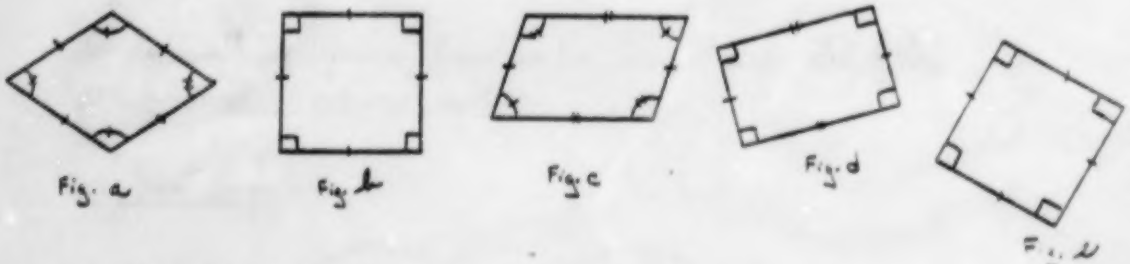


Lequel de ces énoncés n'est pas illustré par cette figure?

(A) Par un point, on peut faire passer plus d'une droite.
(B) Par un point, on peut faire passer plus d'un plan.
(C) Par trois points non colinéaires, on peut faire passer un plan et un seul.
(D) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent une droite.

> Pour les cinq prochaines questions, vous placez un X, pour chaque question, sur la(les) lettre(s) qui correspond(ent) à votre choix de réponse. Vous répondez toujours sur la feuille de réponses

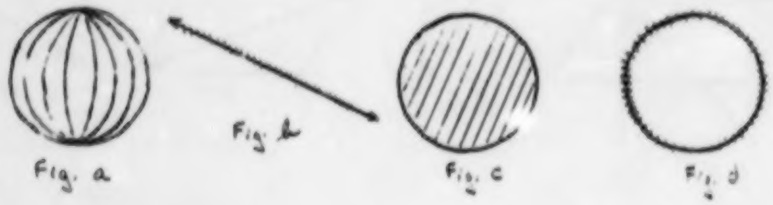
28) Soient les figures.



Lesquelles de ces figures sont des rectangles ? Tu choisis la lettre qui correspond à la liste contenant seulement des rectangles.

(A) Figure a, figure c, figure d
(B) Figure d, figure e, figure b
(C) Figure c, figure d, figure e
(D) Figure b, figure c, figure d
(E) Figure b, figure c, figure e

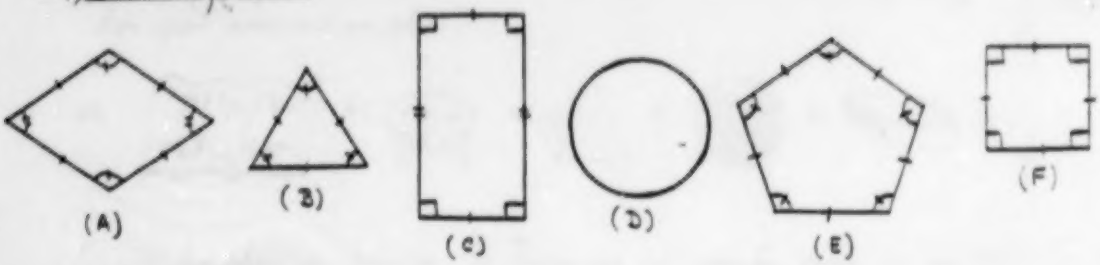
29) Soient les figures:



Dans quelle(s) figure(s) avons-nous ligné ou hachuré la surface ? Tu choisis la lettre correspondant à la bonne réponse.

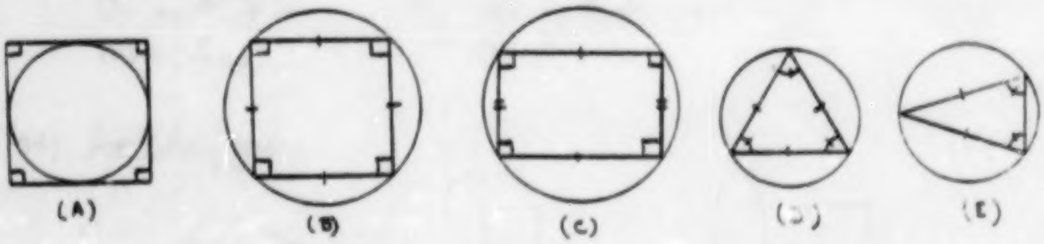
(A) Figure b et figure c
(B) Figure a et figure d
(C) Figure d et figure b
(D) Figure b et figure a
(E) Figure c et figure a
(F) Figure c et figure d

30) Soient les figures:



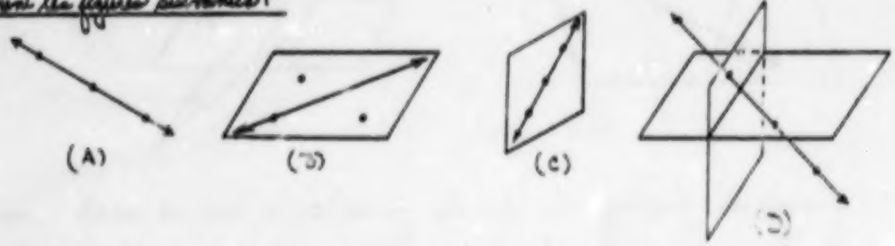
Sur la feuille de réponses, trace un (x) sur chacune des lettres qui correspond à un polygone régulier.

31) Soient les figures:



Sur la feuille de réponses, trace un (x) sur chacune des lettres qui correspond à un polygone régulier inscrit dans un cercle.

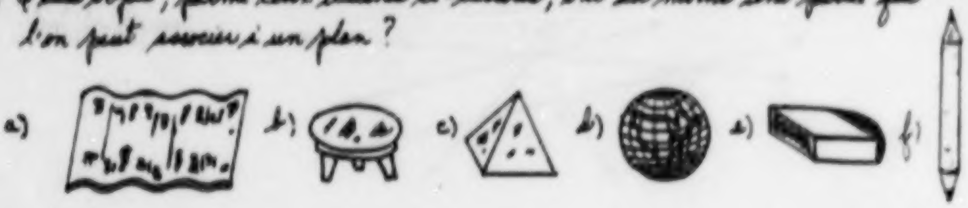
32) Soient les figures suivantes:



Indique, sur la feuille de réponses, la (les) lettre (s) de la (des) figure (s) où on rencontre ces notions conformément à nos conventions. Tu traces un (X) sur chacune de ces lettres. La même figure peut être utilisée plus d'une fois.

32.1) Points colinéaires
32.2) Points coplanaires
32.3) Points colinéaires et coplanaires
32.4) Points coplanaires mais non colinéaires

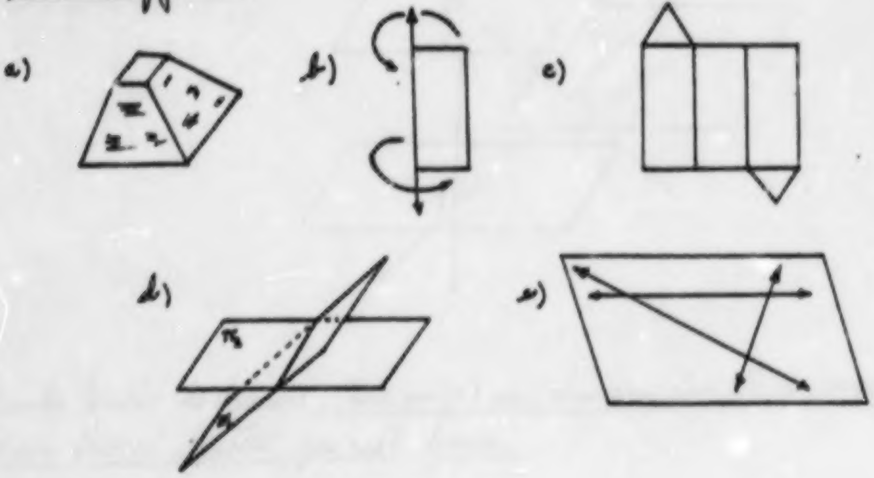
33) Quels objets, parmi ceux illustrés ci-dessous, ont au moins une partie que l'on peut associer à un plan ?



Parmi les choix ci-dessous, tu traces un (x) sur la lettre (ou les lettres) qui correspond(ent) à une série se composant uniquement d'objets ayant au moins une partie associable à un plan. Tu traces ce (x) sur la feuille de réponses.

(A) b, e, f
(B) a, b, f
(C) c, d, e
(D) b, c, f
(E) a, b, e
(F) b, c, e

34) Soient les figures:



Choisis, dans la liste ci-dessous, la série qui propose des figures composées au moins d'une droite. Sur la feuille de réponses, tu traces un (x) sur chaque lettre associée à une telle liste.

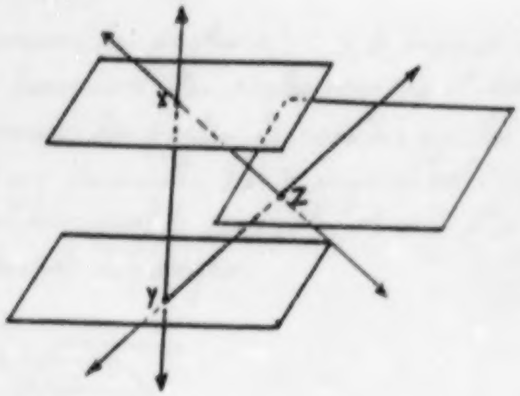
(A) b, d, e
(B) b, c, e
(C) a, b, c
(D) c, d, e
(E) a, c, d
(F) d, c, b

35) Soit la figure:

Sur la feuille de réponses, trace un (X) sur la (les) lettre(s) correspondant à chacun des énoncés appliqués dans cette figure

(A) Par deux points distincts, on peut faire passer une droite et une seule.
(B) Par deux points distincts, on peut faire passer une infinité de plans.
(C) Par un point, on peut faire passer une infinité de droites.
(D) Lorsque deux plans se coupent, ils engendrent une droite.

36) Soit la figure:



Sur la feuille de réponses, trace un (X) sur chacune des lettres correspondant à un énoncé illustré par cette figure.

(A) Par deux points distincts, nous pouvons faire passer une infinité de plans.
(B) Par un point, nous pouvons faire passer plus d'une droite.
(C) Par trois points distincts, non colinéaires, nous pouvons faire passer un plan et un seul.
(D) Par deux points distincts, nous pouvons faire passer une droite et une seule.
(E) Lorsque deux plans se rencontrent, ils se coupent selon une ligne droite.

37) Soit la figure

Quel changement devrais-je apporter à cette figure pour qu'elle devienne un carré? Tu choisis la réponse dans la liste ci-dessous et tu places un (x) sur la lettre correspondant à ton choix, sur la feuille de réponses.

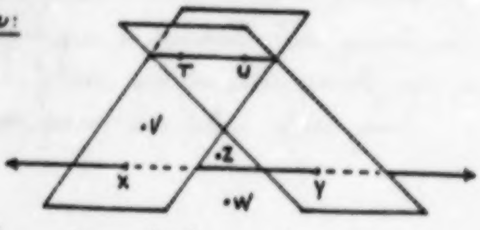
(A) Augmenter la longueur de deux côtés opposés, pour éviter d'avoir quatre côtés congrus.

(B) Changer la mesure des angles A, B, C, D de manière que les quatre angles deviennent des angles congrus et droits.

(C) Changer la mesure des angles de manière que les angles A et C diminuent et que les angles D et B augmentent.

(D) Diminuer la longueur de deux côtés opposés et augmenter la mesure de chacun des angles.

38) Soit la figure:



Nous rencontrons, dans cette figure, deux plans.

Quel(s) énoncé(s), parmi ceux donnés ci-dessous, peut (peuvent) m'aider à trouver ce nombre de plans? Tu traces un (x) sur la (les) lettre(s) correspondant à ton choix.

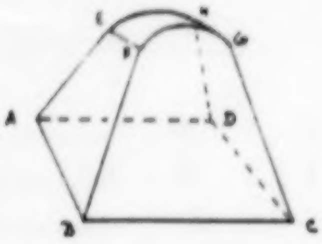
(A) Comme trois points non colinéaires déterminent un plan, alors je compte les points et je divise par trois.

(B) Chaque fois que j'ai une droite, j'ai deux plans qui se rencontrent. Alors je calcule le nombre de droites et je multiplie ce nombre par deux.

(C) L'image d'un plan est composée de quatre portions de droites. Je compte alors le nombre de portions de droites et je divise par quatre.

(D) Un plan est représenté par un parallélogramme, alors je regarde s'il y a

39). Soit la figure:



Nous rencontrons, dans cette figure, cinq portions de plans.

Quel(s) énoncé(s) ou groupe(s) d'énoncés, parmi les énoncés suivants, m'aide(nt) à trouver ces cinq portions de plans? Tu places (un X) sur la (les) lettre(s) correspondant à ton choix (sur la feuille de réponses).

(A) Comme un plan est représenté par un parallélogramme, alors je recherche les surfaces planes visibles et je me dis qu'il est possible de tracer un parallélogramme pour chaque surface plane visible.

(B) Je calcule le nombre de droite(s) et je multiplie ce nombre par deux, car deux plans qui se coupent engendrent une droite.

(C) J'essaie d'imaginer les surfaces invisibles dans cette figure. Si ces surfaces sont planes, alors je pense qu'il est possible de tracer un parallélogramme pour chacune de ces faces.

(D) Chaque fois que je rencontre trois points non colinéaires, je compte un plan. Je sais que par trois points non en ligne droite on peut faire passer un plan et un seul.

Nom: ______________________________

Feuille de réponses

1) ____________
2) ____________
3) ____________
4) ____________
5) ____________
6) ____________
7) ____________
8) ____________
9) ____________
10) ____________
11) ____________
12) ____________
13) ____________
14) ____________
15) ____________
16) ____________
17) ____________
18) ____________

19) ____________
20) ____________
21.1) ____________
21.2) ____________
21.3) ____________
21.4) ____________
21.5) ____________
22) ____________
23) ____________
24) ____________
25) ____________
26) ____________
27) ____________

28) A B C D E F
29) A B C D E F
30) A B C D E F
31) A B C D E F
32.1) A B C D
32.2) A B C D
32.3) A B C D
32.4) A B C D
33) A B C D E F
34) A B C D E F
35) A B C D
36) A B C D E
37) A B C D
38) A B C D
39) A B C D

AN		MOIS		GR	SEXE	NO SÉQ.	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21.1	21.2	21.3	21.4	21.5	22	23	24	25	26	27									

28						
29						
30						
31						
[illegible]						
[illegible]						
[illegible]						

33						
34						
35						
36						
37						
38						
39						

Nom: ______________________

> Pour les cinq prochaines questions, vous placez les lettres correspondant aux énoncés dans l'ordre qui satisfait la question posée.

40) Voici quatre phrases qui décrivent les grandes étapes, suivies par l'humanité pour arriver à établir la valeur de π que nous connaissons aujourd'hui. Ces phrases sont données en désordre. Tu indiques, à l'aide des lettres qui précèdent ces phrases, l'ordre dans lequel on devrait les lire pour qu'elles correspondent au cheminement de l'humanité.

(A) A l'aide d'un arc de cercle et d'une tangente, puis grâce aux séries, on obtient plus rapidement une valeur de π.
(B) On inscrit et on circonscrit des polygones réguliers qui ont le plus grand nombre de côtés possible. On se fait une obligation de justifier chacun des énoncés formulés que l'on utilise pour calculer le périmètre de ces polygones. On divise les périmètres des polygones inscrits et circonscrits par le diamètre.
(C) On trouve la circonférence et le diamètre d'un cercle en employant des objets d'utilité quotidienne. Ensuite, π correspond au nombre de fois que le diamètre est contenu dans la circonférence.
(D) On établit l'aire du cercle à partir du calcul de l'aire de l'octogone. L'aire du cercle obtenue, on établit la valeur de π.

41) Les phrases suivantes ne sont pas présentées selon le cheminement suivi par les Babyloniens pour trouver une valeur de "$\frac{C}{D}$". Lis-les et indique ensuite dans quel ordre elles devraient être placées, si on veut qu'elles correspondent à la démarche des Babyloniens.

(A) Les Babyloniens ont superposé une corde sur le cercle pour en trouver la circonférence.
(B) Les Babyloniens ont choisi une branche bien droite et d'une longueur égale au diamètre du cercle.
(C) Les Babyloniens ont choisi une surface de sable plane.
(D) Les Babyloniens ont établi le nombre de fois que la branche était contenue dans la circonférence.
(E) Les Babyloniens ont tracé un cercle dans le sable.

42) Les phrases suivantes ne sont pas présentées selon un ordre logique. Lis-les et indique ensuite dans quel ordre elles devraient être placées si on veut qu'elles correspondent au développement réel de notre travail.

(A) Nous nous sommes intéressé à la démarche suivie par les Babyloniens pour établir une valeur de π.

(B) Nous avons constaté que la justification des preuves exigeait la présence d'une mathématique axiomatisée (termes primitifs, axiomes, ...)

(C) Nous avons apporté une attention spéciale au calcul de π par Archimède en remarquant son habileté à justifier son travail.

(D) Nous avons abordé la méthode préconisée par les Égyptiens pour trouver une valeur de π et avons constaté une certaine supériorité sur leurs prédécesseurs.

(E) Nous avons essayé de savoir l'évolution que subissa l'axiomatique d'Euclide.

43) Les phrases suivantes ne sont pas présentées selon un ordre logique. Lis-les et indique ensuite dans quel ordre elles devraient être placées, si on veut qu'elles correspondent au développement réel de la géométrie.

(A) Les Grecs calculent non seulement l'aire des figures planes et le volume des solides, mais ils prouvent logiquement leurs démarches.

(B) L'homme s'intéressa très tôt à la mesure de l'aire des terrains à cause des impôts ou chercha à fixer les dimensions des temples pour la solidité et l'apparence. Il jouissait, cependant de peu de moyens pour y arriver.

(C) Les Égyptiens pouvaient évaluer l'aire des figures planes et certains volumes tout en calculant le rapport de la trace horizontale de la pyramide à sa hauteur. Ils ne s'intéressaient pas à la preuve de leurs énoncés.

(D) Les Babyloniens maîtrisaient certaines techniques de mesure des figures planes. Ils calculaient avec exactitude l'aire d'un triangle, celle d'un trapèze. Ils connaissaient aussi le théorème de Pythagore.

44) Les Égyptiens ont calculé l'aire d'un cercle à l'aide d'un procédé particulier. Nous avons décrit, ci-dessous, les étapes de ce procédé. Lis bien ces étapes et indique ensuite dans quel ordre elles doivent être placées pour obtenir le procédé suivi par les Égyptiens.

(A) Les Égyptiens inscrivent un cercle dans le carré.
(B) Les Égyptiens divisent un carré en neuf petits carrés de même aire et, en divisant en deux parties quatre de ces petits carrés, créent un octogone.
(C) Les Égyptiens tracent un carré de 9 unités de côté.
(D) Les Égyptiens calculent l'aire de l'octogone
(E) Les Égyptiens constatent que l'aire de l'octogone est très près de l'aire du cercle.

Pour les huit prochaines questions, vous répondez en vous limitant à l'espace prévu sur la feuille de réponses.

45) Voici la définition d'une tangente à un cercle.

Une tangente à un cercle est une droite, tracée dans le même plan, qui touche le cercle en un seul point.

Dans cette définition, quels sont les termes primitifs que nous retrouvons?

46) Qu'est-ce que des termes primitifs?

47) Quand des points sont-ils coplanaires?

48) Quels sont les quatre éléments qu'une mathématique axiomatisée nécessite?

49) Donne quatre termes primitifs que nous avons mentionnés.

50) Donne deux manières de noter (nommer) un plan.

51) Donne trois manières de nommer une droite.

52) Gérald a ouvert dernièrement (et pour la première fois) un livre de mathématique. Il y a découvert le paragraphe suivant:

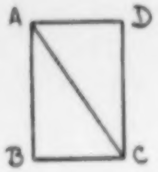
> "Pour affirmer qu'un ensemble ne peut pas être élément de lui-même, il faut d'abord accepter comme termes de base: ensemble et éléments. Par la suite, on reconnaît qu'un ensemble est un sous-ensemble d'un autre lorsque tout élément du premier ensemble est aussi élément de l'autre. On admet aussi qu'un ensemble vide est un ensemble qui ne contient aucun élément. Il nous reste à démontrer qu'un ensemble vide est un sous-ensemble d'un ensemble quelconque."

Gérald affirme que le système ainsi présenté est déductif. A partir de ce texte:

52.1) Identifie le(s) terme(s) primitif(s).
52.2) Identifie l'(les) axiome(s).
52.3) Identifie la(les) définition(s).
52.4) Identifie le(s) théorème(s).

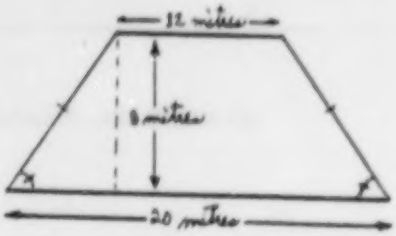
Pour les trois prochaines questions, élaborez les solutions dans les espaces prévus à cette fin sur la feuille de réponses. <u>Vous devez identifier clairement votre réponse.</u>

53) <u>Soit la figure:</u>



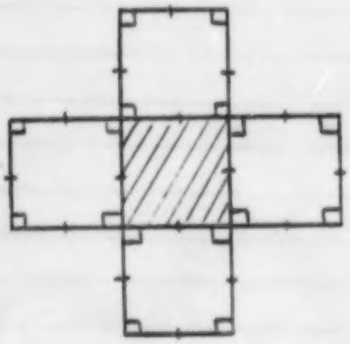
Voici un rectangle ABCD que l'on a coupé en deux parties égales à l'aide du segment AC. Si l'aire du rectangle est de 48 mètres carrés et si le petit côté AD mesure 6 m; trouve la mesure du segment AC.

54) Soit la figure:



Les dimensions des principaux éléments de cette figure y sont indiquées. Sachant que l'aire d'un rectangle est égale au produit de la base de ce rectangle par la hauteur ; trouve l'aire de cette figure.

55) Soit la figure:



L'aire de la figure tracée ci-dessus est de 125 mètres carrés.

55.1) Trouve l'aire de la portion hachurée.

55.2) Trouve la mesure d'un des côtés de la figure obtenue dans la portion hachurée.

Nom: ____________________

FEUILLE DE RÉPONSES

40) ____ ____ ____ ____

41) ____ ____ ____ ____ ____

42) ____ ____ ____ ____ ____

43) ____ ____ ____ ____

44) ____ ____ ____ ____ ____

45) ____________________

46) ____________________

____

____

47) ____________________

48) ____________________

49) ____________________

50) ____________________

____

51) ____________________

____

____

52.1) ____________________

52.2) ____________________

____

52.3) ____________________

____

____

____

52.4) ____________________

____

(suite, au verso)

40					
41					
42					
43					
44					

45	46	47	48	49	50	51	52.1	52.2	52.3	52.4

53	54	55.1	55.2

53) ______________________________

Rép. ______________

54) ______________________________

Rép. ______________

55,1) ______________________________

Rép. ______________

55, 2) ______________________________

Rép. ______________

ANNEXE D

Comportements et tâches en relation avec l'acquisition des capacités

La capacité, Nom

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité.

Dessiner l'objet à partir du nom lu.
Nommer l'objet représenté par une image.
Associer à la définition le nom de l'objet.

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition.

Dessiner l'objet demandé.
Aux dessins donnés adjoindre les bons noms.
Compléter des phrases en ajoutant les noms dans les espaces prévus.
Identifier les objets à partir des manières de les représenter.

La capacité, Faits organisés

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité.

Reconstituer le plan d'un texte lu.
Identifier les grandes étapes d'une démonstration, d'une carrière...

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition.

Placer dans le bon ordre les différentes étapes d'un évènement.
Faire choisir l'idée principale.
Faire le plan à partir des items donnés dans le désordre.

La capacité, Concept concret

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité.

Donner le nom et les caractéristiques de l'objet à la vue de l'image de l'objet.
Donner le nom de l'objet et demander de l'identifier parmi ceux présentés.
Regrouper les objets qui appartiennent à la même classe (rectangle...).

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition.

Présenter un objet et demander de choisir le nom et les caractéristiques parmi les phrases données.
Choisir la bonne représentation de l'objet.

La capacité, Concept défini

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité.

Énoncer la définition.
Exécuter une figure ou un travail qui reposent sur la maîtrise des définitions (Ex.: tracer un triangle rectangle isocèle).

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition.

Donner la définition à partir du nom ou de son image.
Choisir la bonne démarche pour obtenir un résultat.
(Exemple: les étapes de la construction d'un carré).

La capacité, Principe

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité.

Énoncer les principes.
Reconnaître les principes expliqués dans la construction d'une figure géométrique, la solution d'un problème...

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition.

Demander de choisir l'énoncé qui complète la phrase de manière à retrouver un principe étudié.
Présenter une figure géométrique et demander à l'élève d'identifier le principe (ou les principes) illustré(s).

La capacité, La résolution de problème

Les comportements qui pourraient traduire cette capacité.

Solutionner des problèmes.
Formuler des hypothèses de solutions.
Agencer diverses hypothèses de manière à arriver à solutionner le problème.

Les tâches qui permettraient d'en déceler l'acquisition.

Demander aux élèves de choisir parmi les hypothèses formulées, celle(s) qui concerne(nt) le problème.
Demander aux élèves d'agencer les hypothèses conformément à la démarche suivie pour solutionner le problème.
Demander aux élèves de donner leur propre solution.

ANNEXE E

<u>Composition des rythmes d'apprentissage</u>

NORMALISATION

DES RÉSULTATS PSYCHO-PÉDAGOGIQUES

SELON LA COURBE NORMALE

	Élèves inférieurs			Élèves moyens			Élèves supérieurs			Total
	RYTHME I			RYTHME II			RYTHME III			
Stanines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Proportions d'élèves obtenant chaque stanine	4%	7%	12%	17%	20%	17%	12%	7%	4%	100%
Classement (E → S)	1-	1	1+	2-	2	2+	3-	3	3+	